TESIS – SS142501

ESTIMATION AND TESTING HYPOTHESES FOR GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL BIVARIATE REGRESSION

Case Study : Number of Infant Mortality and Maternal Mortality in East Java Province 2013

M. ICHSAN NAWAWI

1314201008

ADVISOR

Dr. I Nyoman Latra, M.S

Dr. Purhadi, M.Sc

PROGRAM MAGISTER

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER SURABAYA

2016

TESIS – SS142501

PENAKSIRAN DAN PENGUJIAN HIPOTESIS MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL BIVARIATE REGRESSION (GWNBBR)

Studi kasus : Kematian Bayi dan Ibu di Jawa Timur 2013

M. ICHSAN NAWAWI

1314201008

DOSEN PEMBIMBING

Dr. I Nyoman Latra, M.S

Dr. Purhadi, M.Sc

PROGRAM MAGISTER

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER SURABAYA

2016

PENAKSIRAN DAN PENGUJIAN HIPOTESIS MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL BIVARIATE REGRESSION (GWNBBR)

Studi Kasus : Kematian Bayi dan Ibu di Jawa Timur 2013

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si.)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Oleh:

M. ICHSAN NAWAWI
NRP. 1314 201 008

Tanggal Ujian : 21 Januari 2016
Periode Wisuda : Maret 2016

Disetujui Oleh :

1. **Dr. I Nyoman Latra, M.S.** **(Pembimbing I)**
   NIP. 19511130 197901 1 001

2. **Dr. Purhadi, M.Sc.** **(Pembimbing II)**
   NIP. 19620204 198701 1 001

3. **Santi Wulan Purnami, M.Si., Ph.D.** **(Penguji)**
   NIP. 19720923 199803 2 001

Ratnasari

4. **Dr. Vita Ratnasari, M.Si.** **(Penguji)**
   NIP. 19700910 199702 2 001

Direktur Program Pasca Sarjana,

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
PASCASARJANA

Prof. Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19601202 198701 1 001

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR GAMBAR

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman ini sengaja dikosongkan

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur tak terhingga dipanjatkan kehadirat Allah SWT karena berkat limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul :

Penaksiran dan Pengujian Hipotesis model Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression (GWNBBR) Studi kasus : Kematian bayi dan Ibu di Jawa Timur 2013. Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada Program Studi Statistika, Program Pascasarjana, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Selesainya laporan Tesis ini tak lepas dari peranan berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sedalamnya kepada :

1. Bapak Dr. I Nyoman Latra, M.S dan Bapak Dr. Purhadi, M.Sc selaku dosen pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu di tengah kesibukannya untuk membimbing penulis.
2. Ibu Dr. Santi Wulan Purnami, M.Si dan Ibu Dr. Vita Ratnasari, M.Si selaku penguji yang telah memberikan kritik, saran serta masukan demi kesempurnaan tesis ini.
3. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku ketua Jurusan Statistika ITS dan Staff ,karyawan TU, RBS Jurusan Statistika ITS
4. Bapak Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, M.Si selaku kaprodi pasacasarjana Jurusan Statistika ITS
5. Bapak dan Ibu dosen pengajar Jurusan Statistika ITS, terima kasih ilmu yang telah diberikan
6. Kedua orang tua yang sangat saya cintai dan hormati, Bapak Ir. H. Muh. Nawawi dan Ibu Hj. Andi Nurlaila, terima kasih atas segala doa dan dukungan baik moral maupun meteril yang tiada henti. Semoga selalu bisa membahagiakan Bapak dan Ibu.

7. Arham Nawawi dan Ulfa Nawawi, terima kasih dukungan dan motivasi yang diberikan, semoga keberkahan dan kesuksesan senantiasa menyertai kita. Serta sepupu, kak ani, kak azni, kak azkar, kak azhak terima kasih dukungannya.
8. Kak Asra, Ila, kak Ria, kak Nina, kak Pajo, Hesi, Nisa, kak Zul, kak Asri, kak Iccang, kak Adi, kak Ahsan, kak Rismal, kak Agus, kak Bobby, kak Nurul terima kasih telah menjadi keluarga yang baik selama di Surabaya.
9. Ita, Amelia, Aksar, Fida, Nisa, Hendra, Awal, Alief, Andika, Ade, Sani, Oshin, Adit, Asny, Nia, Delicia, Irha, Himhim, Monica, Dyna terima kasih telah menjadi sahabat terbaik sampai sekarang.
10. Nadya, Catrien, Ka joice, Eva, Alvi, Evi, Mbak Yeni, Tia, Hendra, Ingka, Natul, Andy, Rahma, Meida, Nila, Florance, Ka Fatih dan semua rekan-rekan pasca sarjana Statistika lainnya, terima kasih telah menjadi keluarga baru selama di Surabaya
11. Serta semua pihak yang tidak dapat saya sebutkan satu-persatu.

Besar harapan penulis agar Tesis ini bermanfaat dan dapat menambah wawasan keilmuan. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa Tesis ini belum sempurna, oleh karena itu saran dan kritik yang membangun sangat penulis harapkan.

Surabaya, Januari 2016

Penulis

PENAKSIRAN DAN PENGUJIAN HIPOTESIS MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL BIVARIATE REGRESSION (GWNBBR)
Studi Kasus : Jumlah Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013

Nama : M. Ichsan Nawawi
NRP : 1314201008
Pembimbing I : Dr. I Nyoman Latra, M.S
Pembimbing II : Dr. Purhadi, M.Sc

ABSTRAK

Regresi Binomial Negatif merupakan solusi untuk mengatasi overdispersi pada regresi Poisson. Regresi Binomial Negatif akan menghasilkan model yang bersifat global, yang berlaku untuk semua wilayah di mana data diambil. Pada kenyataannya, kondisi geografis, sosial budaya dan ekonomi tentunya akan berbeda antar wilayah. Hal ini menggambarkan adanya efek heterogenitas spasial antar wilayah. Pengembangan model regresi yang memperhatikan faktor heterogenitas spasial yaitu regresi dengan pembobotan geografi (*Geographically Weighted Regression*). Dengan memberikan pembobotan berdasarkan posisi atau jarak satu wilayah pengamatan dengan wilayah pengamatan lainnya maka model GWR akan menghasilkan model lokal yang berbeda-beda di tiap wilayah. Selanjutnya, jika variabel respon yang diteliti mengikuti distribusi Binomial Negatif Bivariat maka pengembangannya menjadi *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR). Pada penelitian ini model regresi dengan menggunakan metode GWNBBR akan diterapkan pada pemodelan angka kematian Ibu dan Kematian Bayi untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhinya. Penaksiran parameter dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) melalui iterasi *Newton-Raphson*. Metode pengujian parameter yang digunakan adalah *Maximum Likelihood Ratio Test.*Dari hasil analisis menunjukkan bahwa pemodelan GWNBBR menghasilkan parameter yang bersifat lokal, hal ini dapat dilihat dari perbedaan variabel prediktor yang signifikan untuk setiap kab/kota di Jawa Timur

Kata Kunci : Kematian Bayi, Kematian Ibu, *Maximum Likelihood Estimation. Newton-Raphson, Maximum Likelihood Ratio Test, Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*

Halaman ini sengaja dikosongkan

ESTIMATION AND TESTING HYPOTHESES FOR MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED NEGATIVE BINOMIAL BIVARIATE REGRESSION (GWNBBR)
Case Study : Infant Mortality and Maternal Mortality in East Java 2013

Name : M. Ichsan Nawawi
NRP : 1314 201 008
Supervisor I : Dr. I Nyoman Latra, M.S
Supervisor II : Dr. Purhadi, M.Sc

ABSTRACT

Regression binomial negative is a solution to overcome overdispersi in regression poisson. Regression negative binomial will yield model is global, that apply to all areas where the taken.In fact, geography, cultural social and economy will certainly similar across all areas. What this demonstrates the effect heterogenitas spatial between regions. Development model regression who see factors heterogeneity spatial namely *Geographically Weighted Regression*. By giving weighting based on position or a distance of one areas observation to the region observation other so model gwr will produce model local different in every area.Next, if variable response subjects follow the binomial distribution negative bivariat so its development be *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR). In this study model regression uses the GWNBBR to be applied to modeling maternal mortality and infant mortality factors influence it. Estimation parameter done use *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) method with *Newton-Raphson* iteration. Testing hypotheses use *Maximum Likelihood Ratio Test*. the analysis shows that the modeling GWNBBR produce parameters localized, this can be seen from the different predictor variables are significant for each disttrict/cities in East Java.

Keywords : Infant Mortality, Maternal Mortality, *Maximum Likelihood Estimation. Newton-Raphson*, *Maximum Likelihood Ratio Test*, *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Model regresi Poisson merupakan salah satu model yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel dependent Y yang berupa data diskrit (count) dengan variabel independent X yang berupa data kontinu, diskrit, kategori atau campuran. Dalam model regresi Poisson terdapat beberapa asumsi. Salah satu asumsi yang harus terpenuhi adalah variansi dari variabel dependent Y sama dengan mean. Akan tetapi, kondisi seperti ini sulit dipenuhi, karena pada umumnya sering ditemui data diskrit (count) dengan nilai varians lebih besar dibandingkan dengan nilai mean. Keadaan ini lebih dikenal dengan overdispersion (McCullagh dan Nelder, 1989).

Salah satu metode yang digunakan dalam mengatasi overdispersi dalam regresi poisson adalah regresi binomial negatif bivariat. Pada dasarnya analisis regresi binomial negatif bivariat memiliki kegunaan yang sama dengan analisis regresi poisson yaitu untuk memodelkan hubungan antara satu atau lebih variabel respon data diskrit (count) dengan satu atau lebih variabel prediktor, tetapi regresi binomial negatif bivariat lebih fleksibel dibandingkan dengan regresi poisson karena mean dan varians model regresi binomial negatif bivariat tidak harus sama. Model ini juga memiliki parameter disperse yang berguna untuk menggambarkan variasi dari data, yang biasa dinotasikan dengan τ. Penelitian mengenai regresi binomial negatif bivariat telah banyak dilakukan, diantaranya oleh Cheon, Song, dan Jung (2009) yang menjelaskan tentang estimasi parameter model regresi binomial negatif bivariat.

Regresi Binomial Negatif Bivariat akan menghasilkan model yang bersifat global, yang berlaku untuk semua wilayah di mana data diambil. Pada kenyataannya, kondisi geografis, sosial budaya dan ekonomi tentunya akan berbeda antar wilayah. Hal ini menggambarkan adanya efek heterogenitas spasial antar wilayah. Pengembangan model regresi yang memperhatikan faktor heterogenitas spasial yaitu regresi dengan pembobotan geografi (*Geographically*

Weighted Regression). Dengan memberikan pembobotan berdasarkan posisi atau jarak satu wilayah pengamatan dengan wilayah pengamatan lainnya maka model GWR akan menghasilkan model lokal yang berbeda-beda di tiap wilayah. Selanjutnya, jika variabel respon yang diteliti mengikuti distribusi Binomial Negatif Bivariat maka pengembangannya menjadi *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR). Penelitian mengenai *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) telah dilakukan oleh Ricardo dan Carvalho (2013). Pada penelitian ini analisis dengan menggunakan metode GWNBBR akan diterapkan pada kasus kematian bayi dan kematian ibu di Provinsi Jawa Timur pada Tahun 2013.

Angka kematian bayi dan kematian ibu merupakan salah satu indikator penting dalam menentukan tingkat kesehatan masyarakat. Keberhasilan pembangunan di suatu wilayah juga dapat dilihat dari angka kematian bayi (AKB) dan angka kematian ibu (AKI). Salah satu agenda yang harus dipenuhi dalam *Millenium Development Goals* (MDGs) adalah meningkatkan derajat kesehatan ibu dengan indikator turunnya Angka Kematian Ibu (AKI) hingga 102/100.000 KH dan menurunkan Angka Kematian Bayi (AKB) hingga 23/1000 KH pada tahun 2015. Adanya target penurunan Angka Kematian Ibu (AKI) dan Angka Kematian Bayi (AKB) yang dicantumkan dalam MDG's ini menunjukkan betapa pentingnya untuk menjadi perhatian kalangan pemerintah terhadap upaya-upaya penurunan AKI dan AKB. Provinsi Jawa Timur termasuk 10 besar daerah dengan AKI dan AKB tertinggi di Indonesia. Ironisnya, daerah penyumbang angka kematian ibu terbanyak adalah Kota Surabaya dengan 49 kasus kematian ibu (Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur, 2012).

Dari 8 (delapan) agenda tujuan pencapaian MDGs, 5 (lima) di antaranya merupakan bidang kesehatan, yakni terdiri dari memberantas kemiskinan dan kelaparan (Tujuan 1); menurunkan angka kematian anak (Tujuan 4); meningkatkan kesehatan ibu (Tujuan 5); memerangi HIV/AIDS, Malaria dan penyakit lainnya (Tujuan 6) dan melestarikan lingkungan hidup (Tujuan 7).

Pembangunan kesehatan diarahkan untuk meningkatkan kesadaran, kemauan dan kemampuan hidup sehat bagi setiap orang agar terwujud derajat kesehatan masyarakat yang optimal. Dalam konstitusi organisasi kesehatan dunia yang bernaung di bawah Perserikatan Bangsa-Bangsa (PBB), disebutkan bahwa salah satu hak asasi manusia adalah memperoleh manfaat, mendapatkan dan atau merasakan derajat kesehatan setinggi-tingginya, sehingga Kementerian Kesehatan, Dinas Kesehatan Provinsi dan Kabupaten/Kota dalam menjalankan kebijakan dan program pembangunan kesehatan tidak hanya berpihak pada kaum tidak punya, namun juga berorientasi pada pencapaian Millenium Development Goals (MDGs).

Dalam upaya untuk menurunkan Angka Kematian Ibu (AKI) dan Angka Kematian Bayi (AKB) untuk mempercepat capaian MDGs, Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur telah membentuk Forum PENAKIB (Penurunan Angka Kematian Ibu dan Bayi) dimana pada tahun 2012 telah memasuki babak baru dengan terbentuknya 3 (tiga) satuan tugas (satgas) yaitu Satgas Rujukan, Satgas Pelayanan Kesehatan Dasar (Yankesdas) serta Satgas Pemberdayaan Masyarakat. Di mana masing-masing satgas akan menelaah penyebab kematian ibu dan bayi dari 3 (tiga) aspek tersebut. Ketiga satgas tersebut akan membuat upaya yang akan dilakukan secara riil agar Angka Kematian Ibu (AKI) dan Angka Kematian Bayi (AKB) di Jawa Timur dapat terus menurun (Dinkes, 2013).

Beberapa penelitian yang mengembangkan kasus ini yaitu Qomariah (2013) Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur dengan Pendekatan GWPR (*Geographically Weighted Poisson Regression*) ditinjau dari segi fasilitas kesehatan. Variabel yang signifikan di seluruh wilayah Jatim adalah persentase kunjungan ibu hamil K1, persentase ibu nifas yang mendapat pelayanan kesehatan, persentase Puskesmas yang melakukan kegiatan pelayanan antenatal terintegrasi, dan persentase Puskesmas memiliki pedoman pencegahan dan penanganan malaria pada ibu hamil. Sedangkan Aulele (2011) Model Geographically Weighted Poisson Regression dengan Pembobot Fungsi Kernel Gauss, Studi Kasus: Jumlah Kematian Bayi di Jawa Timur Tahun 2007. Hasil penelitian menunjukan bahwa secara keseluruhan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian bayi di Jawa Timur berdasarkan model GWPR dengan pembobot fungsi kernel gauss adalah persentase persalinan yang dilakukan dengan bantuan tenaga non medis, rata-rata usia perkawinan pertama wanita, rata-rata pemberian ASI ekslusif dan jumlah sarana kesehatan. Evadianti

(2014) Pemodelan Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur dengan *Geographically Weighted Negative Binomial Regression* (GWNBR) dari hasil penelitian menunjukkan bahwa variabel yang signifikan adalah Persentase ibu hamil mendapatkan Fe3, Persentase ibu hamil beresiko tinggi, Persentase persalinan dibantu dukun, Persentase Ibu Nifas mendapatkan pelayanan, Rasio sarana kesehatan Rumah Sakit, Rasio sarana kesehatan Puskesmas.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah di kemukakan, maka permasalahan dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

1. Bagaimana bentuk penaksir parameter model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.
2. Bagaimana bentuk statistik uji model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.
3. Faktor-faktor apa saja yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013 melalui pendekatan *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Mengkaji penaksir parameter model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.
2. Mengkaji bentuk statistik uji model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.
3. Menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013 melalui pendekatan *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.

1.4 Manfaat penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Memberikan wawasan keilmuan yang berkaitan dengan penaksir parameter, pengujian hipotesis model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.
2. Memberikan informasi hal apa saja yang mempengaruhi jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di provinsi Jawa Timur dengan model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.

1.5 Batasan Masalah

Adapun Batasan masalah dalam penelitian ini adalah

1. Masalah hanya dibatasi pada kasus jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013 yang merupakan Data Profil Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur Tahun 2013.
2. Penelitian ini menggunakan pembobot fungsi kernel *Adaptive bisquare* dan tidak bertujuan untuk membandingkan model dengan pembobot yang berbeda.
3. Penentuan Bandwidth Optimum dilakukan menggunakan *Cross Validation.*
4. Penilaian terhadap model dilakukan dengan berdasarkan nilai AIC terkecil.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 2
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Poisson

Regresi Poisson digambarkan dengan adanya hubungan antara respon (Y) yang berdistribusi poisson dan terdapat satu atau lebih variabel prediktor (X) (Agresti,1990). Regresi poisson merupakan model regresi yang sering digunakan untuk menganalisis suatu data *count*. Distribusi poisson merupakan suatu distribusi untuk peristiwa yang probabilitas kejadiaannya kecil, dimana kejadian tergantung pada interval waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu dengan hasil pengamatan berupa variabel diskrit dan antar variabel prediktor saling independen. Interval waktu tersebut dapat berupa berapa saja panjangnya, misalnya semenit, sehari, seminggu, sebulan atau bahkan setahun. Daerah tertentu yang dimaksudkan dapat berupa suatu garis, suatu luasan, suatu volume, atau mungkin sepotong bahan (Walpole, 1982).

Distribusi probabilitas diskrit yang sering digunakan untuk menggambarkan jumlah kejadian yang jarang dan akan terjadi dalam periode waktu tertentu atau dalam daerah atau volume tertentu adalah distribusi Poisson (diambil dari nama seorang ahli fisika dan matematika pada abad ke-18 yaitu Simeon Poisson) (McClave, Benson, Sincih, 2010)

Fungsi peluang dari distribusi poisson itu sendiri menurut McClave, Benson, Sincih (2010) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$p(Y = y) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!} \; (y = 0,1,2, \dots) \tag{2.1}$$

dimana

λ= Mean jumlah kejadian sepanjang satuan waktu, bidang, volume tertentu, dan sebagainya.

Adapun beberapa karakteristik distribusi Poisson yaitu eksperimen meliputi perhitungan jumlah terjadinya kejadian tertentu selama satuan waktu tertentu atau pada bidang atau volume tertentu (atau berat, jarak, atau satuan pengukuran lain), probabilitas bahwa suatu kejadian yang terjadi dalam suatu waktu, bidang atau volume tertentu adalah sama untuk semua satuan, jumlah kejadian yang terjadi dalam satu satuan waktu, bidang, atau volume independen terhadap jumlah yang terjadi dalam suatu *mutually exclusive* lainnya, dalam distribusi poisson mean (atau yang diharapkan) jumlah kejadian dalam setiap satuan dinyatakan dengan λ.

2.1.1 Model Regresi Bivariat Poisson

Model regresi bivariat poisson menurut Karlis & Ntozoufras (2005) adalah

$$(Y_{1i}\ , Y_{2i}) \sim PB(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_0)$$

$$\lambda_{ji} + \lambda_0 = \ e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j}; j = 1,2$$

dengan **x** adalah vektor dari variabel prediktor yang dinotasikan sebagai berikut:

$$\mathbf{x}_i = \ [1 \ \ x_{1i} \ \ x_{2i} \ \ \dots \ \ x_{ki}]^T$$

dan $\boldsymbol{\beta}_j$ adalah parameter regresi poisson yang dinotasikan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\beta}_j = [\boldsymbol{\beta}_{j0} \ \ \boldsymbol{\beta}_{j1} \ \ \boldsymbol{\beta}_{j2} \dots \ \ \boldsymbol{\beta}_{jk}]^T, j = 1,2$$

2.1.2 Estimasi Parameter Model Regresi Bivariat Poisson

Estimasi parameter regresi bivariat poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE yaitu dengan memaksimumkan nilai fungsi *likelihood*nya. Misalkan diberikan n sampel random dari variabel random

$$(Y_{1i}\ , Y_{2i}) \sim PB(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_0)$$

Maka fungsi *likelihood* dapat ditulis seperti berikut :

$$L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \mu_0) = \prod_{i=1}^{n} e^{-(\mu_0 + \mu_{1i} + \mu_{2i})} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}\ , y_{2i})} \frac{\mu_{1i}^{y_{1i}-k} \mu_{2i}^{y_{2i}-k} \mu_0^k}{(y_{1i} - k)(y_{2i} - k)!\, k!}$$

$$L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \mu_0) = \prod_{i=1}^{n} (\exp(-\mu_0 - e^{\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}} \beta_1} - e^{\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}} \beta_2})) - Ci$$

Nilai C_i apabila dijabarkan adalah:

$$C_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} \frac{\mu_0^k}{k!} \frac{(e^{\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0)^{y_{1i}-k}(e^{\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0)^{y_{2i}-k}}{(y_{1i} - k)!\,(y_{2i} - k)!}$$

Fungsi ln *likelihood* dalah sebagai berikut:

$$\ln L(\boldsymbol{\beta_1}, \boldsymbol{\beta_2}, \mu_0) = n\mu_0 - \sum_{i=1}^{n} \exp(\,\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_1) - \sum_{i=1}^{n} \exp(\,\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta_2}) + \sum_{i=1}^{n} lnC_i$$

Nilai C_i terdiri atas

$$C_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} C_{1k} + C_{2k}$$

Apabila dijabarkan maka nilai C_{1i} dan C_{2i} adalah

$$C_{1k} = \frac{\mu_0^k}{k!} \frac{\exp(\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_1) - \mu_0)^{y_{1i}-k}}{(y_{1i} - k)!}$$

$$C_{2k} = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta_2}) - \mu_0)^{y_{2i}-k}}{(y_{2i} - k)!}$$

Turunan ln *likelihood* terhadap μ_0 adalah

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_j} = -\sum_{i=1}^{n} \exp(\,\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_l)x_i + \sum_{i-1}^{n} \frac{1}{C_i}\frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_j}$$

Turunan untuk C_i terhadap μ_0 adalah

$$\frac{\partial C_i}{\partial \mu_0} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} \left(\frac{\partial C_{\mathbf{1}\boldsymbol{i}}}{\partial \mu_0} C_{\mathbf{2}\boldsymbol{i}} + \frac{\partial C_{\mathbf{2}\boldsymbol{i}}}{\partial \mu_0} C_{\mathbf{1}\boldsymbol{i}}\right)$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial \mu_0} = \frac{\mu_0^{k-1}\,(\exp(\,\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_1) - \mu_0)^{y_{2i}-k-1}}{(y_{1i} - k)!}(k(\exp(\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_1) - \mu_0))$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial \mu_0} = \frac{(y_{2i} - k)\,(\exp(\,\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta_2}) - \mu_0)^{y_{2i}-k-1}}{(y_{2i} - k)!}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} \frac{\mu_0^k}{k!} \frac{(y_{1i}-k)(\exp(\boldsymbol{x_i^T}\,\boldsymbol{\beta_1})-\mu_0)^{y_{1i}-k-1}\exp(\boldsymbol{x_i^T}\,\boldsymbol{\beta_1})\mathbf{x}_i}{(y_{1i}-k)!} \cdot \frac{\exp(\boldsymbol{x_i^T}\,\boldsymbol{\beta_2})-\mu_0)^{y_{2i}-k}}{(y_{2i}-k)!}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} \frac{\mu_0^k}{k!} \frac{(y_{1i}-k)(\exp(\boldsymbol{x_i^T}\,\boldsymbol{\beta_1})-\mu_0)^{y_{1i}-k}}{(y_{1i}-k)!} \cdot \frac{\exp(\boldsymbol{x_i^T}\,\boldsymbol{\beta_2})-\mu_0)^{y_{2i}-k-1}\exp(\boldsymbol{x_i^T}\,\boldsymbol{\beta_1})\mathbf{x}_i}{(y_{2i}-k)!}$$

Turunan kedua ln *likelihood* adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu_0 \partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{1}{C_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial \mu_0 \partial \boldsymbol{\beta}_1} \right) - \left(\frac{1}{B_i^{\,2}} \frac{\partial C_i}{\partial \mu_0} \frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu_0 \partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{1}{C_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial \mu_0 \partial \boldsymbol{\beta}_2} \right) - \left(\frac{1}{B_i^{\,2}} \frac{\partial C_i}{\partial \mu_0} \frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{1}{C_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2} \right) - \left(\frac{1}{C_i^{\,2}} \frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} \frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial {\mu_0}^2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{1}{C_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial {\mu_0}^2} \right) - \left(\frac{1}{C_i^{\,2}} \frac{\partial C_i}{\partial {\mu_0}^2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial {\boldsymbol{\beta}_1}^T} = -\sum_{i=1}^{n} \exp\left(\boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1\right) \boldsymbol{x}_i {x_i}^T + \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{1}{C_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial {\boldsymbol{\beta}_1}^T} \right) - \left(\frac{1}{C_i^{\,2}} \frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial {\boldsymbol{\beta}_1}^T} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial {\boldsymbol{\beta}_2}^T} = -\sum_{i=1}^{n} \exp\left(\boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2\right) \boldsymbol{x}_i {x_i}^T + \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{1}{C_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial {\boldsymbol{\beta}_2}^T} \right) - \left(\frac{1}{C_i^{\,2}} \frac{\partial C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial {\boldsymbol{\beta}_2}^T} \right)^2 \right]$$

Karena penurunan diatas tidak diperoleh hasil yang *close form* maka untuk menyelesaikan permasalahan tersebut digunakan iterasi numerik yaitu Newton Raphson dengan persamaan sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{1})} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})} - \boldsymbol{H}^{-\boldsymbol{1}}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})}\right) \boldsymbol{g}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})}\right)$$

dimana

$$\boldsymbol{\theta} = \left(\boldsymbol{\mu_0} \quad \boldsymbol{\beta}_1^T \quad \boldsymbol{\beta}_2^T\right)^{\boldsymbol{T}}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{\partial \ln L}{\partial \mu_0} \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \right)$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 lnL}{\partial {\mu_0}^2} & \frac{\partial^2 lnL}{\partial \mu_0 \partial \boldsymbol{\beta}_1} & \frac{\partial^2 lnL}{\partial \mu_0 \partial {\boldsymbol{\beta}_2}^T} \\ & \frac{\partial^2 lnL}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial {\boldsymbol{\beta}_1}^T} & \frac{\partial^2 lnL}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial {\boldsymbol{\beta}_2}^T} \\ Simetris & & \frac{\partial^2 lnL}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial {\boldsymbol{\beta}_2}^T} \end{bmatrix}$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})}$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke-*m*, $\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})})$ merupakan vektor gradient dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})}$, dan $\boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})})$ adalah matriks

Hessian dengan parameter $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})}$. Taksiran awal parameter $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{0})}$ menggunakan *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\left\|\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m+1})} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{(\boldsymbol{m})}\right\| < \boldsymbol{\varepsilon}$, dimana $\boldsymbol{\varepsilon} > 0$ dan sangat kecil.

2.1.3 Pengujian Parameter Model Regresi Bivariat Poisson

Pengujian parameter model regresi poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis:

H_0 : $\beta_{j1} = \beta_{j2} = \cdots = \beta_{jk} = 0; j = 1,2$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0; l = 1,2,\ldots,k$

Himpunan dibawah populasi adalah

$$\Omega = \{\mu_0;\ \beta_{j0}, \beta_{j1}, \beta_{j2}, \ldots, \beta_{jk}\}; j = 1,2$$

Himpunan parameter dibawah H_0 adalah

$$\omega = \{\mu_0;\ \beta_{10,}\ \beta_{20}\ \}$$

L($\hat{\Omega}$) adalah nilai *Maximum Likelihood* untuk model lengkap dimana melibatkan variabel prediktor. L ($\hat{\omega}$) adalah nilai *Maximum Likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor. *Likelihood Ratio Test* dapat ditulis seperti pada persamaan berikut:

$$D(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = -2\ln\left(\frac{L(\widehat{\omega})}{L(\widehat{\Omega})}\right)$$

dimana

$$L(\widehat{\Omega}) = \prod_{i=1}^{n}(\exp(-\mu_0 - e^{\mathbf{x}_i^T\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1} - e^{\mathbf{x}_i^T\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2})B_i$$

$$L(\widehat{\omega}) = \prod_{i=1}^{n}(\exp(-\mu_{0.0} - e^{\mathbf{x}_i^T\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{1.0}} - e^{\mathbf{x}_i^T\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{2.0}})B_{i.0}$$

$D(\widehat{\boldsymbol{\beta}})$ merupakan pendekatan dari distribusi χ^2 dengan derajat bebas *v*, dimana *v* adalah jumlah parameter dibawah populasi dikurangi jumlah parameter H_0, sehingga kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 apabila $D(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) > \chi^2_{(\alpha,v)}$.

Apabila H_0 ditolak maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model.

Hipotesis yang digunakan adalah:

$H_0 : \beta_{jl} = 0$

$H_1 : \beta_{jl} \neq 0$, dengan *j=1,2; l=1,2,…,k*

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_{jl}}{SE(\hat{\beta}_{jl})}$$

H_1 akan ditolak apabila nilai dari $|Z_{hitung}|$ lebih besar dari nilai $Z_{(\alpha/2)}$ dimana α adalah tingkat signifikansi yang digunakan.

2.2 Regresi Binomial Negatif Bivariat

Regresi Binomial Negatif merupakan salah satu model regresi terapan dari GLM. Sebagai penerapan dari GLM, maka distribusi binomial negatif memiliki ketiga komponen yaitu komponen random, komponen sistematik dan fungsi link (Greene, 2008).

2.2.1 Distribusi Binomial Negatif Bivariat

Jika Y_{1i} dan Y_{2i} (i=1,2,…,n) adalah variabel random yang berdistribusi poisson dengan *mean* $\lambda\mu_{1i}$ dan $\lambda\mu_{2i}$, dimana (i=1,2,…,n) adalah juga variabel random yang mengikuti distribusi *Gamma* (τ^{-1}, τ^{-1}). Distribusi bersama dari Y_{1i} dan Y_{2i} (Cheon, Song, Jung, 2009) adalah sebagai berikut:

$$f(y_{1i}, y_{2i}) = \frac{\Gamma(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)} \mu_{1i}^{y_{1i}} \mu_{2i}^{y_{2i}} \tau^{-\tau^{-1}} (\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})} \quad (2.2)$$

dimana $(\tau \geq 0)$ adalah parameter dispersi (Kocherlakota dan Kocherlakota, 1992).

Distribusi probabilitas pada persamaan (2.2) dapat dituliskan:

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BNB(\mu_{1i}, \mu_{2i}, \tau)$$

dengan *mean*, varian dan koefisien korelasi dari (Y_{1i}, Y_{2i}) adalah

$E(Y_{ji}) = \mu_{ji}\ ; (j = 1,2)$

$Var\ (Y_{ji}) = \mu_{ji}(1 + \tau\mu_{ji}); (j = 1,2)$

$$Corr(Y_{1i}, Y_{2i}) = \sqrt{\frac{\mu_{1i}\ \mu_{2i}\ \tau^2}{(1+\mu_{1i}\ \tau)(1+\mu_{2i}\ \tau)}} \quad (2.3)$$

2.2.2 Model Regresi Binomial Negatif Bivariat

Model regresi binomial negative bivariat (Famoye,2010) seperti pada persamaan berikut :

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BNB(\mu_{1i}, \mu_{2i}, \tau)$$

$$\mu_{ji} = e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j}; j = 1,2$$

$\mathbf{x}_i = [1 \;\; x_{1i} \; x_{2i} \; \dots \; x_{ki}]^T$

$\boldsymbol{\beta}_j = [\, \beta_{j0} \;\; \beta_{j1} \;\; \beta_{j2} \; \dots \; \beta_{jk}]^T$

dimana i=1,2,..,n menunjukkan nomor observasi, observasi digunakan untuk model μ_i dan $\boldsymbol{\beta}_j$ menunjukkan vektor korespondensi dari koefisien regresi.

2.2.3 Penaksiran dan Pengujian Parameter Regresi Binomial Negatif Bivariat

Menurut Park dan Lord (2008) penaksiran parameter dari regresi binomial negative digunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dengan prosedur iterasi *Newton Rhapson*.

Metode penaksiran yang digunakan dalam regresi Regresi Binomial Negatif Bivariat ini adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan fungsi *likelihood*-nya sebagai berikut :

$$L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \tau) = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\Gamma(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)} \mu_{1i}^{y_{1i}} \mu_{2i}^{y_{2i}} \tau^{-\tau^{-1}} (\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})} \right)$$

dengan fungsi Gamma menurut Gurmu (1991) sebagai berikut:

$$\frac{\Gamma(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})} = \prod_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \left(y_{1i} + y_{2i} + \tau^{-1} - k \right)$$

kemudian fungsi *likelihood* tersebut diubah dalam bentuk logaritma natural menjadi:

$$Q = \ln L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \tau) = \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \tau^{-1} - k) + y_{1i} \ln \mu_{1i} + y_{2i} \ln \mu_{2i} - \ln \tau / \tau \right.$$
$$\left. -(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}) \ln(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}) - \ln(y_{1i}!) - \ln(y_{2i}!)) \right] \quad (2.4)$$

dengan

$$\mu_{1i} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) \text{ dan } \mu_{2i} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) \quad (2.5)$$

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_1$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{y_{1i}}{\mu_{1i}} - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right).\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\left(y_{1i} - \mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i^T}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}\right]$$

(2.6)

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_2$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{y_{2i}}{\mu_{2i}} - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right).\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\left(y_{2i} - \mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}\right] \qquad (2.7)$$

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ adalah:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i} + y_{2i} - k\right)}{\left(1 + \tau y_{1i} + \tau y_{2i} - \tau k\right)}\right) - \frac{\left(\mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}{\tau\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)} + \frac{\ln\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2} + \right.$$
$$\left. - \frac{\left(y_{1i} + y_{2i}\right)\left(\mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i} + y_{2i} - k\right)}{\left(1 + \tau y_{1i} + \tau y_{2i} - \tau k\right)}\right) + \frac{\ln\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2} - \frac{\left(\mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}{\tau}\right] \qquad (2.8)$$

Turunan parsial kedua $\left(\partial^2 Q / \partial\boldsymbol{\beta}_1 \partial\boldsymbol{\beta}_1^T\right)$ dari logaritma fungsi *likelihoodnya* adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(-\frac{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{1i}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} - \frac{\left(\left(y_{1i} - \mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{1i}\tau\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)^2}\right)\right] \qquad (2.9)$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial\boldsymbol{\beta}_2 \partial\boldsymbol{\beta}_2^{\mathrm{T}}\right)$ sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(-\frac{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{2i}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} - \frac{\left(\left(y_{2i} - \mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{2i}\tau\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)^2}\right)\right] \qquad (2.10)$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(-\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)^2}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)^2}\right)-\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau^2\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}+\right.$$

$$\left.+\frac{2\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^3}+\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)\right] \tag{2.11}$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T\right)$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{2i}\tau}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)^2}\right] \tag{2.12}$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T\right)$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{1i}\tau}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)^2}\right] \tag{2.13}$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter regresi $\boldsymbol{\beta}_j$ dan parameter dispersi τ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \tau} = \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_{1i}^T\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)^2}\right] \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \tau} = \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)^2}\right] \tag{2.15}$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ dan parameter regresi $\boldsymbol{\beta}_j$ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \tau\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \tau\right)}{\partial \mu_{1i}} \cdot \frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T\tau}{\tau^2\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}-\frac{\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T}{\tau}\right] \tag{2.16}$$

Karena hasil persamaan di atas tidak memberikan suatu persamaan yang eksplisit maka digunakan suatu metode yaitu metode *Newton-Rapshon* dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menentukan nilai taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ dengan $\boldsymbol{\theta} = \left(\tau\ \boldsymbol{\beta}_1^{\mathbf{T}}\ \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}\right)^T$, iterasi pada saat $m=0$. Nilai taksiran awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{j(0)}}$ diperoleh dengan metode Ordinary Least square (OLS), yaitu:

   $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{j(0)}} = \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Y}_{\mathbf{j}}\right)$dengan$j$ = 1,2.

2. Membentuk vektor gradien **g**

$$\mathbf{g}^T\left(\boldsymbol{\theta}_{(m)}\right)_{(2k+3)x1} = \left(\left(\frac{\partial Q}{\partial \tau}\right), \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}\right)^T, \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2}\right)^T\right)^T_{\theta=\theta_{(m)}}$$

3. Membentuk matriks Hessian **H**

$$\mathbf{H}\left(\boldsymbol{\theta}_{(m)}\right)_{(2k+3)x(2k+3)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} & \frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1} & \frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2} \\ & \frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^{\mathrm{T}}} & \frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathrm{T}}} \\ simetris & & \frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathrm{T}}} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}(m)}$$

4. Memasukkan nilai ke dalam $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ elemen-elemen vektor **g** dan matriks **H**, sehingga diperoleh vektor $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)})$ dan matriks $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)})$.

5. Mulai dari m=0 dilakukan iterasi pada persamaan

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{j}(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{j}(m)} - \mathbf{H}^{-1}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\right)\mathbf{g}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\right)$$

   Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke-m.

6. Jika belum mendapatkan penaksiran parameter yang konvergen , maka dilanjutkan kembali ke langkah 5 hingga iterasi ke m = m+1. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\left\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_m\right\| \le \varepsilon$, ε adalah bilangan yang sangat kecil.

Untuk menentukan nilai statistik uji, terlebih dahulu ditentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh. Fungsi-fungsi *likelihood* yang dimaksud adalah $L(\hat{\Omega})$ yaitu nilai *maximum likelihood* untuk model yang lebih lengkap dengan melibatkan variabel prediktor dan $L(\hat{\omega})$, yaitu nilai *maximum likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan statistik uji dalam pengujian parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dinotasikan dengan :

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = -2\ln\Lambda = -2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}))$$

Hipotesis yang digunakan adalah :

$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = ... = \beta_{jl} = 0$; $j = 1, 2$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, ..., \mathrm{k}$

Berikut adalah $L(\hat{\omega})$ dan $L(\hat{\Omega})$ dari regresi binomial negatif bivariat :

$$L(\hat{\omega}) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\hat{\tau}^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)}\hat{\mu}_{1i}^{y_{1i}}\hat{\mu}_{2i}^{y_{2i}}\hat{\tau}^{-\hat{\tau}^{-1}}(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\hat{\tau}^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}\right)$$

$$\begin{aligned}\ln L(\hat{\omega}) = \sum_{i=1}^{n}\Bigg[&\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + y_{1i}\ln\hat{\mu}_{1i} + y_{2i}\ln\hat{\mu}_{2i} - \ln\hat{\tau}/\hat{\tau} + \\ &-(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \hat{\mu}_{1i} + \hat{\mu}_{2i}) - \ln(y_{1i}!) - \ln(y_{2i}!))\Bigg]\end{aligned}$$

dengan

$\hat{\mu}_{1i} = \exp(\hat{\beta}_{10})$ dan $\hat{\mu}_{2i} = \exp(\hat{\beta}_{20})$,dengan $\hat{\beta}_{10} = \ln\left(\overline{Y}_1\right)$ dan $\hat{\beta}_{20} = \ln\left(\overline{Y}_2\right)$

$$L(\hat{\Omega}) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\hat{\tau}^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)}\hat{\mu}_{1i}^{y_{1i}}\hat{\mu}_{2i}^{y_{2i}}\hat{\tau}^{-\hat{\tau}^{-1}}(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\hat{\tau}^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}\right)$$

$$\begin{aligned}\ln L(\hat{\Omega}) = \sum_{i=1}^{n}\Bigg[&\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + y_{1i}\ln\hat{\mu}_{1i} + y_{2i}\ln\hat{\mu}_{2i} - \ln\hat{\tau}/\hat{\tau} + \\ &-(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \hat{\mu}_{1i} + \hat{\mu}_{2i}) - \ln(y_{1i}!) - \ln(y_{2i}!))\Bigg]\end{aligned}$$

dengan

$\hat{\mu}_{1i} = \exp(\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1)$ dan $\hat{\mu}_{2i} = \exp(\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2)$

sehingga diperoleh

$$D\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) = 2\left[\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + \sum_{i=1}^{n}\left(y_{1i}(\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1) + y_{2i}(\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2)\right) - \right.\right.$$
$$\left.\sum_{i=1}^{n}(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \exp(\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1) + \exp(\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2)) - \sum_{i=1}^{n}\left(\ln(y_{1i}!) + \ln(y_{2i}!)\right)\right) -$$
$$\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + \sum_{i=1}^{n}\left(y_{1i}(\hat{\beta}_{10}) + y_{2i}(\hat{\beta}_{20})\right) - \right.$$
$$\left.\left.\sum_{i=1}^{n}(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \exp(\hat{\beta}_{10}) + \exp(\hat{\beta}_{10})) - \sum_{i=1}^{n}\left(\ln(y_{1i}!) + \ln(y_{2i}!)\right)\right)\right]$$

$D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$adalah devians model regresi binomial negatif bivariat dengan menggunakan pendekatan distribusi *chi-square* dengan derajat bebas v dan H_0 ditolak jika nilai $D\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) > \chi^2_{(\alpha,v)}$, dengan v adalah derajat bebas yang diperoleh dari banyaknya parameter model di bawah populasi dikurangi banyaknya parameter di bawah H_0.

2.3 Korelasi

Koefisien korelasi merupakan suatu indikator atau suatu nilai dalam hubungan linear antara dua variabel (Draper & Smith, 1992). Koefisien korelasi didefenisikan sebagai berikut :

$$r_{y_1,y_2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_{1i} - \bar{y}_1)^2 \sum_{i=1}^{n}(y_{2i} - \bar{y}_2)^2}}$$

Koefisien korelasi dapat menunjukkan dua hubungan, yaitu positif dan negatif. Nilai positif dan negative ini dikarenakan nilai korelasi berkisar antara -1 hingga 1 atau dapat ditulis $-1 \leq r_{y_1,y_2} \leq 1$. Apabila nilai korelasi mendekati 1, baik itu positif maupun negative hal tersebut berarti kedua variabel memiliki hubungan yang erat. Nilai korelasi 0 menunjukkan bahwa kedua variabel tidak memiliki hubungan erat secara linear. Nilai korelasi yang positif menunjukkan adanya hubungan berbanding lurus pada dua variabel tersebut, sedangkan nilai korelasi yang negative menunjukkan hubungan yang berbanding terbalik.

Pengujian korelasi untuk variabel respon dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 \,:\, \rho^* = 0;$ Tidak terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

$H_0 \,:\, \rho^* \neq 0;$ Terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

Statistik uji yang digunakan pada pengujian ini adalah sebagai berikut:

$$t = \frac{r_{y_1,y_2}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r_{y_1,y_2})^{\,2}}}$$

Kriteria keputusan adalah tolak H_0 apabila $|t_{hit}| > t_{(\frac{\alpha}{2},n-2)}$ (McClave, Benson & Sincich, 2010)

2.4 Uji Multikolinearitas

Analisis regresi yang melibatkan beberapa variabel prediktor memerlukan adanya pemenuhan asumsi yaitu tidak terjadinya multikolineriatas. Multikolinieritas berarti tidak terdapatnya korelasi atau hubungan antara satu variabel prediktor dengan prediktor lainnya. Pendeteksian adanya multikolinieritas menurut Hocking (1996) adalah dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). VIF_j secara umum dapat dituliskan sebagai berikut :

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2}, j = 1,2,\dots,k \text{ dimana } R_j^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2} \quad (2.17)$$

R_j^2 adalah koefisien determinasi untuk regresi prediktor ke-j pada prediktor-prediktor lainnya. Nilai R_j^2 akan sama dengan nol dan VIF akan bernilai satu apabila variabel prediktor tidak saling linear pada model regresi. Nilai VIF besar mengindikasikan adanya multikolinieritas diantara variabel-variabel prediktor.

2.5 Aspek Data Spasial

Analisis spasial dilakukan jika data yang digunakan memenuhi aspek spasial yaitu memiliki sifat *error* yang saling berkorelasi atau memiliki heterogenitas spasial (Anselin, 1988)

2.5.1 Pengujian Dependensi Spasial

Pengujian dependensi spasial dilakukan untuk melihat apakah pengamatan disuatu lokasi berpengaruh terhadap pengamatan dilokasi lain yang letaknya berdekatan. Salah satu statistik umum yang digunakan dalam autokorelasi spasial adalah statistik Moran's I. Indeks Moran (Moran's I) adalah ukuran dari korelasi (hubungan) antara pengamatan yang saling berdekatan. Statistik ini membandingkan nilai pengamatan di suatu daerah dengan dengan nilai pengamatan di daerah lainnya. Menurut Lee dan Wong (2001) Moran's I dapat diukur dengan menggunakan persamaan :

$$I_{y_1,y_2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}[\,(\sum_{j=1}^{n} w_{ij}\left(y_{1j} - \bar{y}_1\right).(\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(y_{2j} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_{1j} - \bar{y}_1\right)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_{1j} - \bar{y}_1\right)^2}}$$

di mana:

n : banyaknya pengamatan

$\bar{y}$: nilai rata-rata dari y_i dari n lokasi

y_i : nilai pengamatan pada lokasi ke i

y_j : nilai pengamatan pada lokasi ke j

w_{ij} : elemen matriks pembobot spasial

Nilai I sama dengan koefisien korelasi yaitu diantara -1 sampai 1. Nilai yang tinggi mengartikan bahwa korelasinya tinggi, sedangkan 0 mengartikan tidak adanya autokorelasi. Pengujian dependensi spasial dapat dilakukan dengan Moran's I, dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : \lambda = 0$ (tidak ada dependensi spasial)

$H_1 : \lambda \neq 0$ (terdapat dependensi spasial)

Statistik uji Moran's I adalah :

$$Z_I = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var\,(I)}}$$

di mana ;

$$E(I) = \frac{-1}{(n-1)}$$

I : indeks Moran

Z(I) : nilai statistik uji indeks Moran

E(I) : nilai harapan dari indeks Moran

Var (I) : simpangan baku dari indeks Moran

Kriteria penolakan : tolak H_0 jika $|Z_I hit| > Z_{\alpha/2}$

2.5.2 Pengujian Heterogenitas Spasial

Perbedaan karakteristik antara satu titik pengamatan dengan titik pengamatan lainnya menyebabkan adanya heterogenitas spasial. Untuk mengetahui adanya heterogenitas spasial pada data dapat dilakukan pengujian *Breush-Pagan* (Anselin 1988). Hipotesis yang digunakan adalah :

$H_0 :\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2 = \sigma^2$ (variansi antar lokasi sama)

$H_1 :$ minimal ada satu $\sigma_1^2 \neq \sigma^2$(variansi antar lokasi berbeda)

Statistik uji *Breush-Pagan* (BP) adalah

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right) \boldsymbol{f}^T \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{Z})^{-1} \boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{f} \sim \chi^2_{(p)}$$

Dengan $e_i = y_j - \bar{y}$

$f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$dengan$f_i = \frac{e_i^2}{\hat{\sigma}^2} - 1$

e_i^2 =kuadrat sisaan untuk pengamatan ke-i

Z = matriks berukuran nx(k+1) yang berisi vektor yang sudah di normal bakukan (z) untuk setiap pengamatan

σ^2 =varians dari y

Kriteria Penolakan: tolak H_0 ditolak jika nilai BP $> \chi^2_{(p)}$.

Adanya keragaman spasial antar lokasi dari suatu pengamatan, maka perlu mambuat matriks pembobot untuk regresi ini. Fungsi pembobot untuk $\boldsymbol{W}_{ij}$ yang digunakan merupakan fungsi kontinu dari d_{ij} karena parameter yang dihasilkan dapat berubah secara drastis ketika lokasi pengamatan berubah. Fungsi kernel adaptif yaitu fungsi kernel yang memiliki *bandwith* yang berbeda pada setiap lokasi pengamatan. Salah satunya adalah fungsi *Adaptive Bisquare* Kernel yaitu :

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_i}\right)^2\right)^2 & \text{untuk } d_{ij} \leq h_i \\ 0 & \text{untuk } d_{ij} > h_i \end{cases}$$

dengan :h_i adalah *adaptive bandwidth*

Jarak *Euclidean* (d_{ij}) antara lokasi ke-i dan lokasi ke-j dengan menggunakan persamaan :

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$$

Pemilihan *bandwidth* optimum menjadi sangat penting karena akan mempengaruhi ketepatan model terhadap data, yaitu mengatur varians dan bias dari model. Secara praktek adalah tidak mungkin meminimumkan nilai varians dan bias secara bersamaan, sebab hubungan antara varians dan bias adalah berbanding terbalik. Oleh karena itu, digunakan metode *cross validation* (CV) untuk menentukan *bandwidth* optimum, yang dirumuskan sebagai berikut : $CV\ (h) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_{\neq i}\ (h))^2$

$\hat{y}\ (h)$ merupakan nilai penaksir y_i dimana pengamatan lokasi $(u_i\ , v_i)$ dihilangkan dari proses penaksiran. Proses pemilihan *bandwidth* optimum menggunakan teknik *Golden Section Search*. Teknik ini dilakukan secara iterasi dengan mengevaluasi CV pada interval jarak minimum dan maksimum antar lokasi pengamatan sehingga diperoleh nilai CV minimum.

2.6 Model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR)

Model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR) adalah salah satu metode yang cukup efektif untuk menduga data yang memiliki heterogenitas spasial untuk data cacah yang memiliki overdispersi. Model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR) akan menghasilkan pendugaan parameter lokal dengan masing-masing lokasi akan memiliki parameter yang berbeda-beda. Model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR) dapat dirumuskan sebagai berikut (Ricardo dan Carvalho, 2013) :

$$y_i \sim NB\left[t_i \exp \sum_{l=0}^{k} \beta_l\,(u_i, v_i) x_{il}\ ;\ \theta(u_i, v_i)\right]\ , i=1,2,3,\ldots,n \qquad (2.18)$$

dimana;

y_i : nilai observasi respon ke-i

x_{il} : nilai observasi variabel prediktor ke-k pada pengamatan lokasi (u_i, v_i)

$\beta_l(u_i, v_i)$: koefisien regresi variabel prediktor ke-*l* untuk setiap lokasi (u_i, v_i)

$\theta(u_i, v_i)$: parameter disperse untuk setiap lokasi (u_i, v_i)

Fungsi sebaran binomial negatif untuk setiap lokasi berdasarkan persamaan (2.18) dapat ditulis dalam bentuk persamaan berikut :

$$f(y_{1i}, y_{2i}) = \frac{\Gamma(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)} \mu_{1i}^{y_{1i}} \mu_{2i}^{y_{2i}} \tau^{-\tau^{-1}} (\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})} \tag{2.19}$$

dimana;

μ_{1i} = exp $(x_i^T \boldsymbol{\beta_1}(\mu_i, v_i))$

μ_{2i} = exp $(x_i^T \boldsymbol{\beta_2}(\mu_i, v_i))$

$\theta_i = \theta(\mu_i, v_i)$

Pendugaan parameter koefisien GWNBBR dilakukan dengan metode maksimum *likelihood*. Faktor letak geografis merupakan faktor pembobot pada model GWNBBR yang memiliki nilai yang berbeda-beda untuk setiap lokasi dan menunjukkan sifat lokal pada model. Fungsi log *likelihood* yang telah diberi pembobot adalah sebagai berikut (Ricardo dan Carvalho, 2013) :

$$\ln L\,(\beta\,(\mu_I, v_1), \theta_i | y_i\,, x_{il})$$
$$= \sum_{i=0}^{n} w_{ij}\,(\mu_I, v_1) \left[ln \frac{\Gamma(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)} \mu_{1i}^{y_{1i}} \mu_{2i}^{y_{2i}} \tau^{-\tau^{-1}} (\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-\Gamma(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})} \right] \tag{2.20}$$

Proses pendugaan parameter koefesien regresi diperoleh melalui metode iterasi numerik Newton Raphson.

2.7 Tinjauan Non Statistika

2.7.1 Angka Kematian (Mortalitas)

Peristiwa kematian pada dasarnya merupakan proses akumulasi akhir (*outcome*) dari berbagai penyebab kematian langsung maupun tidak langsung. Kejadian kematian di suatu wilayah dari waktu ke waktu dapat memberikan gambaran perkembangan derajat kesehatan masyarakat, di samping seringkali digunakan sebagai indikator dalam penilaian keberhasilan program pembangunan dan pelayanan kesehatan. Data kematian di komunitas pada umumnya diperoleh melalui data survei kerena sebagian besar kejadian kematian terjadi di rumah, sedangkan data kematian di fasilitas kesehatan hanya memperlihatkan kasus rujukan.

2.7.2 Angka Kematian Ibu (AKI)

Di Jawa Timur, capaian Angka Kematian Ibu (AKI) cenderung meningkat dalam 5 (lima) tahun terakhir, yaitu berkisar antara 7-11 point dengan data yang bersumber dari Laporan Kematian Ibu (LKI) Kabupaten/Kota. Capaian AKI dapat digambarkan sebagai berikut : pada tahun 2008 sebesar 83 per 100.000 kelahiran hidup (kh); tahun 2009 sebesar 90,7 per 100.000 kh; tahun 2010 sebesar 101,4 per 100.000 kh; tahun 2011 sebesar 104,3 per 100.000 kh; dan di tahun 2012 mencapai 97,43 per 100.000 kh. Capaian AKI Jawa Timur tahun 2012 keadaanya berada 5 point di bawah dari target MDGs tahun 2015 sebesar 102 per 100.000 kh.Keadaan ini memacu untuk terus menelaah penyebab kematian ibu agar Target MDGs dapat tercapai.

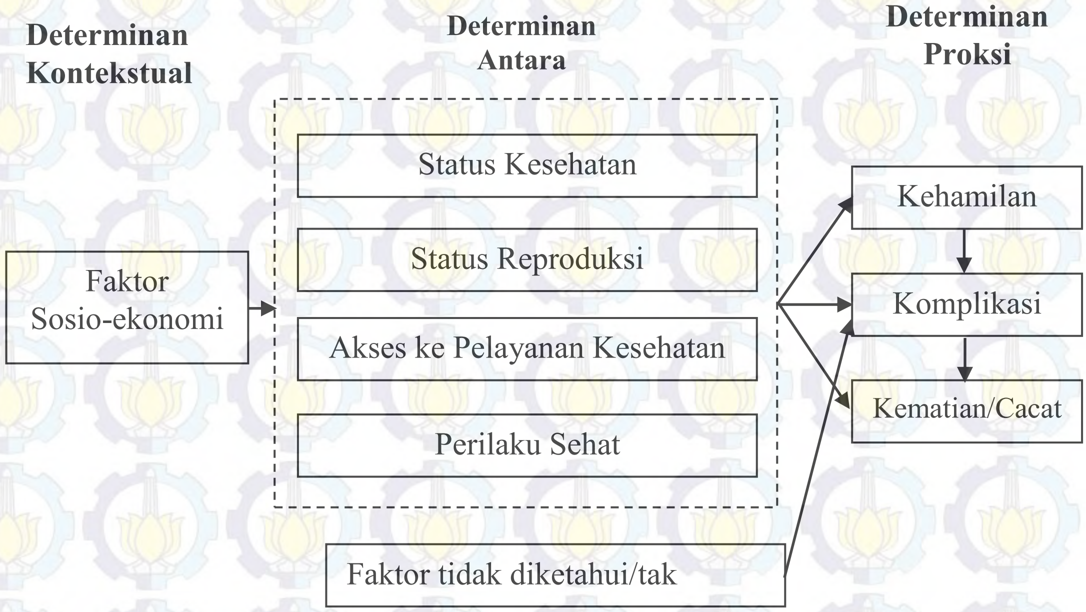
Banyak faktor yang menjadi penyebab kematian ibu, misalnya 3 terlambat (terlambat membuat keputusan, terlambat tiba di fasilitas kesehatan, dan terlambat dalam pertolongan medis) dan 4 terlalu (terlalu muda untuk hamil, terlalu tua untuk hamil, terlalu banyak anak, dan terlalu dekat jarak antar anak). Selama ini sudah dilakukan berbagai upaya untuk mengatasi masalah kematian ibu, pada tahun 2014 sudah terjadi penurunan kematian ibu sebesar sekitar 11,7 persen dan kematian bayi sebesar 9,7% persen di Provinsi Jawa Timur, namun upaya tersebut lebih terfokus pada pendekatan hilir, yaitu kuratif dan rehabilitatif. Sedangkan upaya hulu (promotif dan preventif) belum terlalu dilaksanakan dengan komitmen tinggi, padahal dengan intervensi pada bagian hulu, dapat mencegah terjadinya berbagai macam kejadian yang dapat menyebabkan kematian ibu.

Dalam upaya untuk menurunkan AKI dan mempercepat capaian MDGS, Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur telah membentuk Forum PENAKIB (Penurunan Angka Kematian Ibu dan Bayi), dimana pada tahun 2012 telah memasuki babak baru dengan terbentuknya 3 (tiga) satuan tugas (satgas) yaitu Satgas Rujukan, Satgas Pelayanan Kesehatan Dasar (Yankesdas) serta Satgas Pemberdayaan Masyarakat. Di mana masing-masing satgas akan menelaah penyebab kematian ibu dan bayi dari 3 (tiga) aspek tersebut. Pada tahun 2013, ketiga satgas tersebut akan membuat upaya yang akan dilakukan secara riil agar Angka Kematian Ibu dan Angka Kematian Bayi di Jawa Timur dapat terus menurun.

Kematian ibu (*maternal death*) menurut definisi WHO adalah kematian selama kehamilan atau dalam periode 42 hari setelah berakhirnya kehamilan, akibat semua sebab yang terkait dengan atau diperberat oleh kehamilan atau penanganannya, tetapi bukan disebabkan oleh kecelakaan/cedera. Penyebab utama kematian ibu diklasifikasikan sebagai langsung dan tidak langsung.

1. Penyebab langsung: berhubungan dengan komplikasi obstetrik selama masa kehamilan, persalinan dan masa nifas (*post-partum*). Mayoritas penyebab kematian ibu adalah penyebab langsung.
2. Penyebab tidak langsung: diakibatkan oleh penyakit yang telah diderita ibu, atau penyakit yang timbul selama kehamilan dan tidak ada kaitannya dengan penyebab langsung obstetrik, tapi penyakit tersebut diperberat oleh efek fisiologik kehamilan.

Kerangka konsep Determinan Kematian Ibu Menurut McCarthy Dan Maine (1992) adalah sebagai berikut:



Gambar 2.1 Kerangka Konsep Determinan Kematian Ibu Menurut Mccarthy dan Maine (1992).

1. Determinan Proksi dipengaruhi oleh determinan antara yang meliputi:
   a. Kejadian kehamilan dimana perempuan yang hamil memiliki risiko untuk mengalami komplikasi, sedangkan perempuan yang tidak hamil tidak memiliki risiko tersebut.
   b. Komplikasi kehamilan dan persalinan, merupakan penyebab langsung kematian ibu, yaitu perdarahan, infeksi, eklamsia, partus macet, dan ruptura uterus. Intervensi yang dilakukan untuk mengatasi komplikasi obstetri ini merupakan intervensi jangka pendek yang hasilnya dapat segera terlihat dalam bentuk penurunan AKI.
2. Determinan antara dipengaruhi oleh determinan kontekstual dan meliputi:
   a. Status kesehatan antara lain status gizi, penyakit infeksi, anemia, penyakit menahun seperti TBC, penyakit jantung, ginjal, dan riwayat komplikasi. Status kesehatan ibu sebelum maupun pada saat kehamilan berpengaruh besar terhadap kemampuan ibu dalam menghadapi komplikasi.
   b. Status reproduksi antara lain usia ibu hamil, jumlah kelahiran (semakin banyak jumlah kelahiran yang dialami oleh seorang ibu semakin tinggi risikonya untuk mengalami komplikasi), status perkawinan (perempuan yang tidak menikah cenderung kurang memperhatikan kesehatan diri dan janin yang dikandungnya selama kehamilan dengan tidak melakukan pemeriksaan kehamilan, yang menyebabkan tidak terdeteksinya kelainan yang dapat mengakibatkan terjadinya komplikasi).
   c. Akses terhadap pelayanan kesehatan yang meliputi keterjangkauan lokasi tempat pelayanan (tempat pelayanan yang lokasinya tidak strategis/sulit dicapai oleh para ibu menyebabkan berkurangnya akses ibu hamil terhadap pelayanan kesehatan), jenis dan kualitas pelayanan yang tersedia (jenis dan kualitas pelayanan yang kurang memadai menyebabkan rendahnya akses ibu hamil terhadap pelayanan kesehatan berkualitas), dan keterjangkauan informasi (informasi yang kurang menyebabkan rendahnya penggunaan pelayanan kesehatan yang tersedia).
   d. Perilaku sehat meliputi penggunaan alat kontrasepsi (ibu ber-KB akan lebih jarang melahirkan dibandingkan dengan ibu yang tidak ber-KB), pemeriksaan kehamilan (ibu yang melakukan pemeriksaan kehamilan

secara teratur akan terdeteksi masalah kesehatan dan komplikasinya), penolong persalinan (ibu yang ditolong oleh dukun berisiko lebih besar mengalami kematian dibandingkan dengan ibu yang melahirkan ditolong oleh tenaga kesehatan).

e. Faktor-faktor lain yang tidak diketahui atau tidak terduga adalah suatu keadaan di samping hal-hal di atas, terdapat keadaan yang mungkin terjadi secara tiba-tiba dan tidak terduga yang dapat menyebabkan terjadinya komplikasi selama hamil atau melahirkan.

3. Determinan Kontekstual yang meliputi determinan sosial, ekonomi, dan budaya yang meliputi:
   a. Status perempuan dalam keluarga dan masyarakat termasuk di dalamnya antara lain tingkat pendidikan (wanita yang berpendidikan lebih tinggi cenderung lebih memperhatikan kesehatan diri dan keluarganya).
   b. Status keluarga dalam masyarakat: penghasilan keluarga, kekayaan keluarga, tingkat pendidikan, dan status pekerjaan anggota keluarga, juga dapat berpengaruh terhadap risiko kematian ibu.
   c. Status masyarakat yang meliputi tingkat kesejahteraan, ketersediaan sumber daya (misalnya jumlah dokter dan pelayanan kesehatan yang tersedia), serta ketersediaan dan kemudahan transportasi. Status masyarakat umumnya terkait pula pada tingkat kemakmuran suatu negara serta besarnya perhatian pemerintah terhadap masalah kesehatan.

2.7.3 Angka Kematian Bayi (AKB)

Kematian bayi adalah suatu kematian yang dialami anak sebelum mencapai usia satu tahun. Angka kematian bayi (AKB) adalah besarnya kemungkinan bayi meninggal sebelum mencapai usia satu tahun, dinyatakan dalam perseribu kelahiran hidup.

Kematian bayi diluar rahim (*extra uterin*) dapat dibedakan menjadi empat, yaitu sebagai berikut :

1. Lahir mati (*still birth*) adalah kematian bayi yang cukup masanya pada waktu keluar dari rahim, tidak ada tanda-tanda kehidupan.

2. Kematian baru lahir (*neonatal death*) adalah kematian setelah bayi lahir hidup hingga kurang dari satu bulan.
3. Kematian lepas baru lahir (*post neonatal death*) adalah kematian bayi setelah berumur satu bulan tetapi kurang dari satu tahun.
4. Kematian bayi (*infant mortality*) adalah kematian bayi lahir hidup hingga berumur kurang dari satu tahun.

Kematian bayi sangat dipengaruhi oleh kondisi kesehatan perumahan dan keadaan sosial ekonomi orang tua (BPS, 2009). Menurut Mosley & Chen (1984), faktor sosial ekonomi dan budaya merupakan faktor penentu morbiditas dan kematian bayi, namun pengaruh ini bersifat tidak langsung karena harus melalui mekanisme biologi tertentu (variabel antara) yang kemudian akan menimbulkan resiko morbilitas, kemudian bayi sakit dan apabila tidak sembuh maka bayi akan cacat atau meninggal. Dalam masalah ini morbilitas dan kematian bayi sebagai masalah pokok sedangkan sosial ekonomi dan budaya serta variabel-variabel antara sebagai faktor yang mempengaruhi kematian bayi.

Tinggi rendahnya kematian bayi sangat dipengaruhi oleh beberapa faktor, yaitu sebagai berikut :

1. Faktor individu, yaitu :

a. Tradisi persalinan dengan tenaga nonmedis

Kejadian komplikasi pada ibu dan bayi baru lahir sebagian besar terjadi pada masa sekitar persalinanan sehingga pemeriksaan kesehatan pada saat hamil dan kehadiran serta pertolongan serta tenaga kesehatan yang terampil pada masa persalinan sangat penting.

b. Banyaknya wanita yang berumah tangga di bawah umur 17 tahun

Semakin banyak wanita berkeluarga yang belum cukup umur, maka semakin banyak bayi yang rentan terhadap segala penyakit dan gangguan lain karena ketidakpastian ibu

c. Kurangnya kesadaran akan pentingnya ASI

Bayi yang tidak diberi ASI lebih muda terserang penyakit daripada bayi yang diberi ASI, karena pemberian ASI pada bayi sangat berpengaruh dalam kekebalan terhadap penyakit.

d. Tingkat pendidikan wanita

Semakin tinggi tingkat pendidikan wanita, kesadaran terhadap kesehatan juga semakin tinggi sehingga perawatan bayi akan semakin baik.

2. Faktor rumah tangga, pendapatan dan kekayaan, yaitu penduduk golongan sosial ekonomi menengah ke bawah memiliki keterbatasan biaya dalam mengupayakan kesehatan bayi mereka miliki
3. Faktor masyarakat, lingkungan dan sistem masyarakat, yaitu :

a. Jumlah tenaga kesehatan di suatu wilayah

Semakin banyak jumlah tenaga medis di suatu wilayah, maka penduduk setempat akan lebih mudah dalam mencari pertolongan kesehatan.

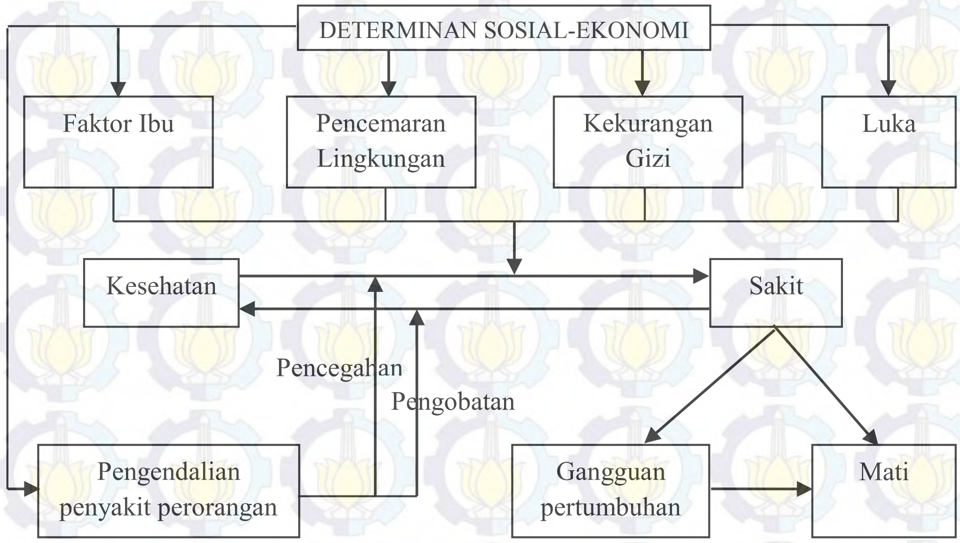
b. Jumlah fasilitas kesehatan yang tersedia

Keberadaan fasilitas kesehatan yang cukup lengkap akan mempermudah masyarakat dalam memperoleh pelayanan kesehatan yang memadai.

Keadaan Angka Kematian Bayi (AKB) dan Angka Kematian Neonatal (AKN) yang diperoleh dari laporan rutin relatif sangat kecil, sehingga data AKB yang dikeluarkan oleh Badan Pusat Statistik (Provinsi Jawa Timur) diharapkan mendekati kondisi di lapangan. Berdasarkan data Survei Demografi dan Kesehatan Indonesia (SDKI), AKB tahun 2007 sebesar 35 per 1.000 kelahiran hidup (kh). Sedangkan menurut data BPS Provinsi Jawa Timur, AKB tahun 2009 sebesar 31,41 per 1.000 kh; tahun 2010 mencapai 29,99 per 1.000 kh; tahun 2011 mencapai 29,24 per 1.000 kh; dan di tahun 2012 estimasi AKB telah mencapai 28,31 per 1.000 kh. Dalam kurun waktu 2 (dua) tahun ke depan, diharapkan mencapai target MDGs yaitu 23 per 1.000 kh pada tahun 2015.

Untuk mencapai target MDGs, dukungan lintas program dan lintas sektor sertaorganisasi profesi yang terkait upaya peningkatan pelayanan kesehatan ibu dan bayi sangat diharapkan.

Kerangka Konseptual Determinan Proksi Kematian Bayi Menurut Mosley dan Chen (1984) seperti pada gambar dibawah ini:



Gambar 2.2 Kerangka Konseptual Determinan Proksi Kematian Bayi Menurut Mosley dan Chen (1984).

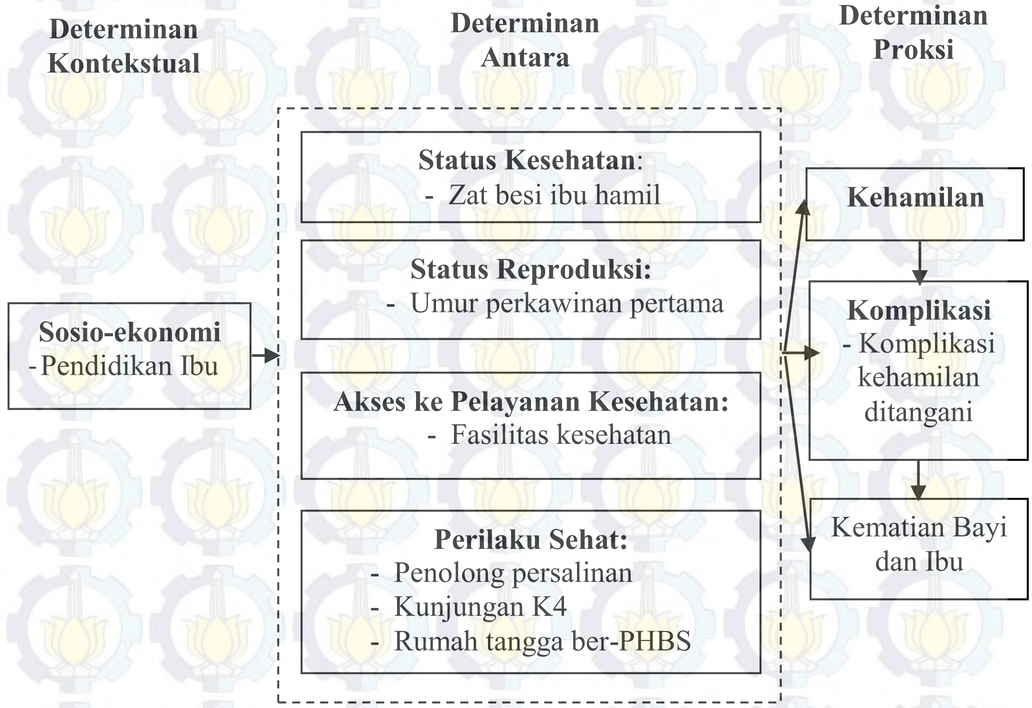
Kerangka konsep determinan mortalitas anak dari Mosley dan Chen (1984) didasarkan pada premis sebagai berikut:

a. Pada situasi optimum, lebih dari 97 % bayi lahir dapat mencapai ulang tahunnya yang pertama.
b. Reduksi angka kematian pada penduduk manapun selalu sebagai akibat bekerjanya faktor sosial, ekonomi, biologi, dan lingkungan.
c. Determinan sosial ekonomi (variabel independen) harus bekerja melalui variabel antara yang selanjutnya berpengaruh terhadap risiko penyakit dan hasil dari proses penyakit.
d. Gambaran penyakit tertentu dan defisiensi gizi pada penduduk yang "*survive*" dapat dianggap sebagai indikator biologis dari mekanisme kerja variabel antara.
e. Gangguan pertumbuhan dan akhirnya kematian pada anak (variabel dependen) merupakan konsekuensi dari proses morbiditas secara kumulatif termasuk interaksi biososialnya.

2.7.4 Faktor-Faktor yang Diduga Mempengaruhi Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Propinsi Jawa Timur.

Kerangka konsep kematian bayi oleh Mosley dan Chen dan kematian ibu oleh McCarthy dan Maine, Thaddeus dan Maine di atas menyajikan dasar bagi analisis lebih jauh mengenai hubungan antar variabel independen dan dependen dalam hal kematian bayi dan ibu di Provinsi Jawa Timur.

Dalam penelitian ini dilakukan beberapa modifikasi terhadap model McCarthy and Maine (1992) seperti berikut ini:



Gambar 2.3 Model Konseptual Hubungan Kematian Bayi dan Ibu dengan Faktor-Faktor yang Mempengaruhinya di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013.

Faktor-faktor yang diduga mempengaruhi kematian bayi dan kematian ibu di Provinsi Jawa Timur adalah sebagai berikut:

1. Determinan Proksi yaitu komplikasi kehamilan resiko tinggi.

   Komplikasi kehamilan dan persalinan, merupakan penyebab langsung kematian ibu, yaitu perdarahan, infeksi, eklamsia, partus macet, dan ruptura uterus. Intervensi yang dilakukan untuk mengatasi komplikasi obstetri ini merupakan intervensi jangka pendek yang hasilnya dapat segera terlihat dalam bentuk penurunan AKI (Dinkes, 2013).

2. Determinan Antara

a. Ibu hamil mendapatkan tablet Fe3.

Upaya pencegahan dan penanggulangan Anemia Gizi Besi dilaksanakan melalui pemberian Tablet Tambah Darah (TTD) yang diprioritaskan pada ibu hamil, karena prevalensi Anemia pada kelompok ini cukup tinggi. Di samping itu, kelompok ibu hamil merupakan kelompok rawan yang sangat berpotensi memberi kontribusi terhadap tingginya Angka Kematian Ibu (AKI). Untuk mencegah Anemia Gizi pada ibu hamil dilakukan suplementasi TTD dengan dosis pemberian sehari sebanyak 1 (satu) tablet (60 mg Elemental Iron dan 0,25 mg Asam Folat) berturut-turut minimal 90 hari selama masa kehamilan (Dinkes, 2013)

b. Umur perkawinan pertama wanita di bawah 18 tahun.

Usia perkawinan pertama bagi seorang wanita berpengaruh terhadap risiko kehamilan dan kelahiran anaknya. Semakin muda usia perkawinannya semakin besar risiko yang diihadapi selama kehamilan dan kelahiran baik bagi ibu maupun anaknya. Anak yang dilahirkan oleh ibu yang terlalu muda cenderung memiliki risiko sakit dan meninggal lebih besar.

c. Fasilitas kesehatan.

Menurut Maine dan Thaddeus (1994) penyebab kematian tiga terlambat berkaitan dengan fasilitas layanan kesehatan. McCarthy dan Maine (1992) mengemukakan bahwa salah satu determinan kontekstual kematian ibu adalah status masyarakat yaitu ketersediaan pelayanan kesehatan. Disamping penolong persalinan, kematian ibu terkait erat dengan tempat/fasilitas persalinan. Persalinan di fasilitas kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu (Dinkes, 2013).

d. Penolong persalinan oleh tenaga kesehatan.

McCarthy dan Maine (1992) salah satu determinan kontekstual adalah perilaku sehat yaitu penolong persalinan. Persalinan yang ditolong tenaga kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu. (Dinkes, 2013).

e. Kunjungan Ibu Hamil K4

Ibu hamil yang mendapatkan pelayanan antenatal sesuai standar paling sedikit empat kali, dengan distribusi pemberian pelayanan yang dianjurkan adalah minimal satu kali pada triwulan pertama, satu kali pada triwulan kedua dan dua kali pada triwulan ketiga umur kehamilan. Pelayanan yang mencakup minimal : (1) Timbang badan dan ukur tinggi badan, (2) Ukur tekanan darah, (3) Nilai status gizi (ukur lingan lengan atas), (4) (ukur) tinggi fundus uteri, (5) Tentukan presentasi janin & denyut jantung janin (DJJ), (6) Skrining status imunisasi tetanus (dan pemberian Tetanus Toksoid), (7) Pemberian tablet besi (90 tablet selama kehamilan), (8) Test laboratorium sederhana (Hb, Protein Urine) dan atau berdasarkan indikasi (HbsAg, Sifilis, HIV, Malaria, TBC), (9) Tata laksana kasus, (10) Temu wicara (pemberian komunikasi interpersonal dan konseling (Dinkes, 2013).

f. Rumah Tangga ber PHBS (Perilaku Hidup Bersih dan Sehat)

Rumah tangga yang seluruh anggotanya berperilaku hidup bersih dan sehat, yang meliputi 10 indikator, yaitu pertolongan persalinan oleh tenaga kesehatan, bayi diberi ASI eksklusif, balita ditimbang setiap bulan, menggunakan air bersih, mencuci tangan dengan air bersih dan sabun, menggunakan jamban sehat, memberantas jentik di rumah sekali seminggu, makan sayur dan buah setiap hari, melakukan aktivitas fisik setiap hari, dan tidak merokok di dalam rumah (Dinkes, 2013).

3. Determinan Kontekstual yaitu pendidikan ibu

Tingkat pendidikan ibu dapat mempengaruhi kelangsungan hidup anak karena mempengaruhi pilihannya dan kemampuannya dalam pemeliharaan kesehatan terkait dengan kontrasepsi, gizi, kebersihan, pencegahan penyakit dan perawatan anak saat sakit (Mosley dan Chen, 1984).

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 3
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari Data Profil Dinas Kesehatan Propinsi Jawa Timur Tahun 2013. Pada penelitian ini yang dijadikan sebagai unit observasi adalah kabupaten/kota di Jawa Timur. Propinsi Jawa Timur terdiri dari 29 kabupaten dan 9 kota, sehingga unit observasi sebanyak 38 kabupaten/kota.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari dua yaitu variabel respon (Y) dan delapan variabel prediktor (X).

Dibawah ini merupakan uraian dari masing-masing variabel :

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	**Keterangan**
Y_1	Jumlah kematian bayi
Y_2	Jumlah kematian ibu
X_1	Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan
X_2	Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3
X_3	Persentase komplikasi kebidanan ditangani
X_4	Persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun
X_5	Persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah
X_6	Persentase tenaga kesehatan
X_7	Persentase rumah tangga ber-PHBS
X_8	Persentase ibu hamil melaksanakan program K4

Sumber : Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur Tahun 2013

Adapun definisi operasional variabel penelitian sebagai berikut:

1. Jumlah kematian bayi adalah jumlah kematian yang terjadi pada bayi sebelum mencapai usia satu tahun di tiap kabupaten dan kota di Jawa Timur.
2. Jumlah kematian ibu adalah jumlah kematian perempuan pada saat hamil dan atau kematian dalam kurun waktu 42 hari sejak terminasi kehamilan tanpa memandang lamanya kehamilan atau tempat persalinan, yakni kematian yang disebabkan karena kehamilannya atau pengelolaannya, tetapi bukan karena sebab-sebab lain seperti kecelakaan, terjatuh, dll di tiap kabupaten dan kota di Jawa Timur.
3. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan adalah jumlah ibu bersalin yang ditolong oleh tenaga kesehatan yang memiliki kompetensi kebidanan (dokter kandungan dan kebidanan, dokter umum, dan bidan) di satu wilayah kerja pada kurun waktu tertentu dibagi dengan jumlah ibu bersalin di satu wilayah kerja pada kurun waktu yang sama dikali 100 persen.
4. Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 adalah jumlah ibu hamil yang mendapat (90) tablet Fe3 selama periode kahamilannya pada wilayah dan kurun waktu tertentu dibagi jumlah ibu hamil pada wilayah dan kurun waktu yang sama dikali 100 persen.
5. Persentase komplikasi kebidanan ditangani adalah jumlah ibu hamil, ibu bersalin dan ibu nifas dengan komplikasi yang ditangani oleh tenaga kesehatan dibagi 20% dari jumlah sasaran ibu hamil dalam 1 tahun dikali 100 persen.
6. Persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun adalah jumlah wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun dibagi jumlah wanita kawin dikali 100 persen.
7. Persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah adalah jumlah wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah dibagi jumlah wanita kawin dikali 100 persen.
8. Persentase tenaga kesehatan adalah jumlah tenaga kesehatan yang memberikan pelayanan kesehatan di Puskesmas, RS dan sarana pelayanan kesehatan lain di suatu wilayah pada kurun waktu tertentu dibagi jumlah penduduk di wilayah pada tahun yang sama dikali 100 persen.

9. Persentase rumah tangga ber-PHBS adalah jumlah rumah tangga Berperilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) di suatu wilayah pada kurun waktu tertentu dibagi jumlah rumah tangga yang dipantau di wilayah tertentu dan pada kurun waktu yang sama dikali 100 persen.
10. Persentase ibu hamil melaksanakan program K4 adalah jumlah ibu hamil yang memperoleh pelayanan antenatal K4 sesuai standar di satu wilayah kerja pada kurun waktu tertentu dibagi jumlah seluruh ibu hamil di satu wilayah kerja dalam kurun waktu yang sama dikali 100 persen.

Adapun struktur data untuk penelitian ini ditunjukkan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Struktur Data dalam Penelitian

Wilayah	U	V	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
1	u_1	v_1	$y_{1.1}$	$y_{2.1}$	$x_{1.1}$	$x_{2.1}$	$x_{3.1}$	$x_{4.1}$	$x_{5.1}$	$x_{6.1}$	$x_{7.1}$	$x_{8.1}$
2	u_2	v_2	$y_{1.2}$	$y_{2.2}$	$x_{1.2}$	$x_{2.2}$	$x_{3.2}$	$x_{4.2}$	$x_{5.2}$	$x_{6.2}$	$x_{7.2}$	$x_{8.2}$
3	u_3	v_3	$y_{1.3}$	$y_{2.3}$	$x_{1.3}$	$x_{2.3}$	$x_{3.3}$	$x_{4.3}$	$x_{5.3}$	$x_{6.3}$	$x_{7.3}$	$x_{8.3}$
4	u_4	v_4	$y_{1.4}$	$y_{2.4}$	$x_{1.4}$	$x_{2.4}$	$x_{3.4}$	$x_{4.4}$	$x_{5.4}$	$x_{6.4}$	$x_{7.4}$	$x_{8.4}$
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
38	u_{38}	v_{38}	$y_{1.38}$	$y_{2.38}$	$x_{1.38}$	$x_{2.38}$	$x_{3.38}$	$x_{4.38}$	$x_{5.38}$	$x_{6.38}$	$x_{7.38}$	$x_{8.38}$

Keterangan :

u_i : Koordinat bujur timur (BT)

v_i : Koordinat lintang selatan (LS)

Koordinat ini yang akan digunakan dalam penentuan model GWNBBR

3.3 Langkah Analisis

Dalam mencapai tujuan penelitian, maka perlu dilakukan analisis yang tepat. Berikut ini adalah langkah-langkah analisis data untuk setiap tujuan :

1. Melakukan pendugaan parameter model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan pengujian hipotesis.
   i. Melakukan pendugaan parameter model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Menentukan fungsi kepadatan peluang dari model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression*.

b. Menentukan fungsi kemungkinan (*likelihood function)* dari model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR) yaitu L($\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau$)

$$=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)}\mu_{1i}^{y_{1i}}\mu_{2i}^{y_{2i}}\tau^{-\tau^{-1}}(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})^{-(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}\right)$$

c. Menentukan logaritma natural dari fungsi kemungkinan *(likelihood function)* yang diperoleh dari langkah sebelumnya

$$Q=\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\ln(y_{1i}+y_{2i}+\tau^{-1}-k)+y_{1i}\ln\mu_{1i}+y_{2i}\ln\mu_{2i}-\right.$$
$$\left.\ln\tau/\tau-(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})\ln(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i})-\ln(y_{1i}!)-\ln(y_{2i}!))\right]$$

d. Mencari turunan parsial pertama dari fungsi logaritma natural

$$\frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}=0$$

$$\frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}=0$$

$$\frac{\partial\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\tau}=0$$

e. Mencari turunan parsial kedua dari fungsi logaritma natural

$$\frac{\partial^2\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial\boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)}$$

$$\frac{\partial^2\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial\boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)}$$

$$\frac{\partial^2\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\tau^2}$$

$$\frac{\partial^2\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial\boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)}$$

$$\frac{\partial^2\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial\boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)}$$

$$\frac{\partial^2\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial\tau}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \tau}$$

f. Mendapatkan penduga parameter dari $\boldsymbol{\beta}$ dan τ dengan metode numerik Newton-Raphson

ii. Melakukan pengujian hipotesis dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Melakukan pengujian untuk menguji kesamaan antara model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* dengan model regresi binomial negative dengan hipotesis pengujian kesamaan adalah:

H_0: $\beta_{jl}(u_i, v_i) = \beta_{jl}$; $i = 1,2,\ldots,n$; $j = 1,2$; $l = 0,1,2,\ldots,k$

H_1: minimal ada satu $\beta_{jl}(u_i, v_i) \neq \beta_{jl}$

b. Melakukan pengujian hipotesis secara serentak model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* dengan hipotesis pengujian adalah :

H_0: $\beta_{1l}(u_i, v_i) = \beta_{2l}(u_i, v_i) = \ldots = \beta_{kl}(u_i, v_i) = 0$

H_1: paling tidak ada salah satu $\beta_{jl}(u_i, v_i)$; $j = 1,2$; $l = 0,1,2,\ldots,k$

c. Melakukan pengujian secara parsial model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* dengan hipotesis pengujian adalah :

H_0: $\beta_{jl}(u_i, v_i) = 0$

H_1: $\beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0$

d. Menentukan himpunan parameter di bawah H_0 (ω) untuk masing-masing pengujian.

e. Membuat fungsi *likelihood* di bawah H_0 (ω) untuk masing-masing pengujian.

f. Menentukan himpunan parameter dibawah populasi (Ω) untuk masing-masing pengujian

g. Membuat fungsi *likelihood* di bawah populasi L (Ω) untuk masing-masing pengujian

h. Menentukan statistik uji dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) untuk masing-masing pengujian

i. Menentukan daerah penolakan H_0.

2. Menentukan model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* pada pemodelan kasus jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Jawa Timur dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Membuat statistika deskriptif untuk variabel respon (Y) dan variabel prediktor (X).

b. Mengidentifikasi dan menyelesaikan adanya kasus multikolineritas dengan kriteria VIF.

c. Pemodelan dengan menggunakan GWNBBR dan Regresi Binomial negative bivariat, kemudian dibandingkan AIC serta nilai devians dari masing-masing model.

d. Uji *Breush-Pagan* untuk melihat heterogenitas spasial data dan uji Moran I untuk menguji dependensi spasial data.

e. Menghitung jarak *Euclidean* antar lokasi pengamatan berdasarkan posisi geografis.

f. Mendapatkan *Bandwidth* optimal untuk setiap lokasi pengamatan dengan menggunakan *Cross Validation* (CV).

g. Menghitung matrik pembobot dengan menggunakan fungsi *Adaptive Bisquare Kernel*.

h. Melakukan pengujian kesamaan model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* dengan regresi binomial negatif, pengujian signifikansi parameter model secara serentak maupun parsial.

i. Melakukan interpretasi model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* yang didapatkan dan membentuk peta pengelompokan.

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data spasial merupakan data pengukuran yang memuat suatu informasi lokasi. Data spasial merupakan salah satu jenis data respon, karena data dikumpulkan dari lokasi spasial yang berbeda dan mengindikasikan terdapatnya ketergantungan antara pengukuran data dengan lokasi. Akibatnya, apabila dibentuk suatu model regresi linear akan menghasilkan autokorelasi serta heterogenitas pada data. Ada beberapa metode yang bisa digunakan dalam mengatasi permasalahan di atas, salah satunya adalah metode *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR) yang metode penaksiran parameternya menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE).

4.1 Penaksiran Parameter Model *Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression* (GWNBBR)

Model GWNBBR merupakan pengembangan dari model regresi binomial negative bivariat. Model ini menghasilkan estimasi parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi di mana data tersebut dikumpulkan. Dalam model GWNBBR variabel respon yang diprediksi dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi di mana data tersebut diamati. Metode Penaksiran yang digunakan dalam model GWNBBR ini adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan fungsi *likelihood*-nya sebagai berikut:

$$L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)}\mu_{1i}^{y_{1i}}\mu_{2i}^{y_{2i}}\tau^{-\tau^{-1}}(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})^{-(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}\right)$$

dengan fungsi Gamma menurut Gurmu (1991) sebagai berikut:

$$\frac{\Gamma(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})}=\prod_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(y_{1i}+y_{2i}+\tau^{-1}-k\right)$$

dimana τ parameter dispersi

Kemudian fungsi *likelihood* tersebut diubah dalam bentuk logaritma natural menjadi:

$$Q=\ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i),\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i),\tau)=\sum_{i=1}^{n}w_j(u_i,v_i)\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\ln(y_{1i}+y_{2i}+\tau^{-1}-k)+y_{1i}\ln\mu_{1i}+\right.$$
$$\left.y_{2i}\ln\mu_{2i}-\ln\tau/\tau-(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})\ln(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i})-\ln(y_{1i}!)-\ln(y_{2i}!))\right] \quad (4.1)$$

dengan

$$\mu_{1i}=\exp(\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)) \text{ dan } \mu_{2i}=\exp(\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)) \quad (4.2)$$

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)$

$$\frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}=\frac{\partial Q}{\partial\mu_{1i}}.\frac{\partial\mu_{1i}}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} \quad (4.3)$$

Q diturunkan terhadap μ_{1i}

$$\frac{\partial Q}{\partial\mu_{1i}}=\sum_{i=1}^{n}w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{1i}}{\mu_{1i}}-\frac{\left(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right] \quad (4.4)$$

μ_{1i} diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)$

$$\frac{\partial\mu_{1i}}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}=\exp(\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i))\mathbf{x}_i^T=\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T \quad (4.5)$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.4) dan (4.5) ke persamaan (4.3) sehingga turunan pertama logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)$ adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n}w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{y_{1i}}{\mu_{1i}}-\frac{\left(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right).\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n}w_j(u_i,v_i)\left[y_{1i}\mathbf{x}_i^T-\frac{\left(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i}\right)\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n}w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{1i}\mathbf{x}_i^T\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)-\left(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i}\right)\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n}w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\left(\tau^{-1}y_{1i}\mathbf{x}_i^T+\mu_{1i}y_{1i}\mathbf{x}_i^T+\mu_{2i}y_{1i}\mathbf{x}_i^T\right)-\left(\tau^{-1}\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T+y_{1i}\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T+y_{2i}\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\left(\tau^{-1}y_{1i}\mathbf{x}_i^T + \mu_{2i}y_{1i}\mathbf{x}_i^T\right) - \left(\tau^{-1}\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T + y_{2i}\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{1i}\mathbf{x}_i^T\tau^{-1} + y_{1i}\mathbf{x}_i^T\mu_{2i} - \mu_{1i}\mathbf{x}_i^T\tau^{-1} - \mu_{1i}\mathbf{x}_i^T y_{2i}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{1i}\mathbf{x}_i^T\tau^{-1} - \mu_{1i}\mathbf{x}_i^T\tau^{-1}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{1i}\mathbf{x}_i^T - \mu_{1i}\mathbf{x}_i^T}{\tau\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\left(y_{1i} - \mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i^T}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}\right] = 0 \tag{4.6}$$

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)$

Q diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} = \frac{\partial Q}{\partial \mu_{2i}} \cdot \frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} \tag{4.7}$$

Q diturunkan terhadap μ_{2i}

$$\frac{\partial Q}{\partial \mu_{2i}} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{2i}}{\mu_{2i}} - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right] \tag{4.8}$$

μ_{2i} diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)$

$$\frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} = \exp(\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i))\mathbf{x}_i^T = \mu_{2i}\mathbf{x}_i^T \tag{4.9}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.8) dan (4.9) ke persamaan (4.7) sehingga turunan pertama logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)$ adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{y_{2i}}{\mu_{2i}} - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right).\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[y_{2i}\mathbf{x}_i^T - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{2i}\mathbf{x}_i^T\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)-\left(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i}\right)\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\left(\tau^{-1}y_{2i}\mathbf{x}_i^T+\mu_{1i}y_{2i}\mathbf{x}_i^T+\mu_{2i}y_{2i}\mathbf{x}_i^T\right)-\left(\tau^{-1}\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T+y_{1i}\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T+y_{2i}\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\left(\tau^{-1}y_{2i}\mathbf{x}_i^T+\mu_{1i}y_{2i}\mathbf{x}_i^T\right)-\left(\tau^{-1}\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T+y_{1i}\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{2i}\mathbf{x}_i^T\tau^{-1}+y_{2i}\mathbf{x}_i^T\mu_{1i}-\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T\tau^{-1}-\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T y_{1i}}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{2i}\mathbf{x}_i^T\tau^{-1}-\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T\tau^{-1}}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{y_{2i}\mathbf{x}_i^T-\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T}{\tau\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T}{\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right]=0 \qquad (4.10)$$

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ adalah:

Q diturunkan terhadap τ

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial a}{\partial \tau}-\frac{\partial b}{\partial \tau}-\frac{\partial c}{\partial \tau}\right] \qquad (4.10)$$

misalkan

$$a=\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\ln\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)$$

$$b=\frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau}$$

$$c=\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)$$

sehingga diperoleh

$$\frac{\partial a}{\partial \tau}=\frac{\partial\left(\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\ln\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau}=\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} w_j(u_i,v_i)\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right) \tag{4.11}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau}=\frac{\partial\left(\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau}\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau}=\frac{vu'-v'u}{v^2}$$

misalkan

$$\mathrm{u}=\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)$$

$$v=\tau$$

$$\mathrm{u}'=\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}$$

$$v'=1$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau}=\frac{\frac{\tau\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}-\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau}=\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}-\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2} \tag{4.12}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau}=\frac{\partial\left(\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\ln(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau}=\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})} \tag{4.13}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.11), (4.12) dan (4.13) ke persamaan (4.10) sehingga turunan pertama logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} w_j(u_i,v_i)\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)-\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}+\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2}+\right.$$

$$-\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}\Bigg]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} w_j(u_i,v_i)\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2}-\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}+\right.$$

$$\left.-\frac{\tau\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2}+\right.$$

$$\left.-\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}-\frac{\tau\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2}+\right.$$

$$\left.\frac{-\left(\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)+\left(\tau\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)\right)\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2}+\right.$$

$$\left.\frac{-\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)\left(-\left(\tau y_{1i}+\tau y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}))}{\tau^2}\right.$$

$$\left.\frac{-\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2}-\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau}\right] \quad (4.14)$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_j(u_i,v_i)$ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{1i}} . \frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i))\mathbf{x}_i = \mu_{1i}\mathbf{x}_i \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{1i}} = \frac{vu'-v'u}{v^2}$$

misalkan

$$u = \left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i^T$$

$$v = \left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)$$

$$u' = -\mathbf{x}_i^T$$

$$v' = \tau$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{1i}} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\left(\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\right)-\tau\left(\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right] \quad (4.17)$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.16) dan (4.17) ke persamaan (4.15) sehingga diperoleh turunan parsial kedua$\left(\partial^2 Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T\right)$dari logaritma fungsi *likelihood*adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\right)-\tau\left(\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right).\mu_{1i}\mathbf{x}_i\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{1i}\mathbf{x}_i\right)\right)-\tau\left(\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{1i}\mathbf{x}_i\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{1i}\mathbf{x}_i\right)\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}-\frac{\tau\left(\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{1i}\mathbf{x}_i\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{\left(\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{1i}\mathbf{x}_i\right)\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}-\frac{\tau\left(\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{1i}\mathbf{x}_i\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(-\frac{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{1i}}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)} - \frac{\left((y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{1i}\tau\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right)\right] \quad (4.18)$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}(u_i,v_i)\right)$ sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{2i}} \cdot \frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}(u_i,v_i)} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)} = \exp(\mathbf{x}_{2i}^T\boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i))\mathbf{x}_i = \mu_{2i}\mathbf{x}_i \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{2i}} = \frac{vu'-v'u}{v^2}$$

misalkan

$u = \left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T$

$v = \left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)$

$u' = -\mathbf{x}_i^T$

$v' = \tau$

$$\frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{2i}} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\right) - \tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right] \quad (4.21)$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.20) dan (4.21) ke persamaan (4.19) sehingga diperoleh turunan kedua $\left(\partial^2 Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}(u_i,v_i)\right)$ dari logaritma fungsi *likelihood* sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\right) - \tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right).\mu_{2i}\mathbf{x}_i\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_i\right)\right) - \tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_i\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_i\right)\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} - \frac{\tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_i\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{\left(\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_i\right)\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)} - \frac{\tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_i\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(-\frac{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{2i}}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)} - \frac{\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{2i}\tau\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2}\right)\right] \tag{4.22}$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial a}{\partial \tau} - \frac{\partial b}{\partial \tau} - \frac{\partial c}{\partial \tau}\right) \tag{4.23}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right) + \frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2} - \frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau}\right]$$

misalkan

$$a = \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} w_j(u_i,v_i)\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)$$

$$b = \frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2}$$

$$c = \frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} w_j(u_i,v_i)\left(-\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)^2}\right)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} w_j(u_i,v_i)\left(-\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)^2}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)^2}\right) \tag{4.24}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\partial\left(\frac{\ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)}{\tau^2}\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{vu' - v'u}{v^2}$$

misalkan

$$\mathrm{u} = \ln\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)$$

$$v = \tau^2$$

$$u' = \frac{(\mu_{1i} + \mu_{2i})}{(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))}$$

$$v' = 2\tau$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\tau^2 \frac{(\mu_{1i} + \mu_{2i})}{(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))} - 2\tau \ln(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))}{(\tau^2)^2}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\frac{\tau^2 (\mu_{1i} + \mu_{2i})}{(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))} - 2\tau \ln(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))}{\tau^4}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\tau^2 (\mu_{1i} + \mu_{2i})}{\tau^4 (1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))} \frac{-2\tau \ln(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))}{\tau^4}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{(\mu_{1i} + \mu_{2i})}{\tau^2 (1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))} - \frac{2 \ln(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))}{\tau^3} \tag{4.25}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = -(\mu_{1i} + \mu_{2i}) \tag{4.26}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.24), (4.25) dan (4.26) ke persamaan (4.23) sehingga diperoleh turunan parsial kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \tau^2\right)$ dari logaritma fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i, v_i) \left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \left(-\frac{(y_{1i} + y_{2i} - k)^2}{(1 + \tau y_{1i} + \tau y_{2i} - \tau k)^2} \right) - \frac{(\mu_{1i} + \mu_{2i})}{\tau^2 (1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))} + \right.$$

$$\left. + \frac{2 \ln(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))}{\tau^3} + (\mu_{1i} + \mu_{2i}) \right] \tag{4.27}$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)\right)$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)\right)}{\partial \mu_{2i}} \cdot \frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} \tag{4.28}$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)\right)}{\partial \mu_{2i}} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i, v_i) \left[\frac{(y_{1i} - \mu_{1i}) \mathbf{x}_i^T (-1) \tau}{(1 + \tau(\mu_{1i} + \mu_{2i}))^2} \right] \tag{4.29}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.29) dan (4.20) ke persamaan (4.28) sehingga diperoleh turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)\right)$ dari logaritma fungsi *likelihood* sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{(y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_i^T(-1)\tau}{(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}))^2}\right).\mu_{2i}\mathbf{x}_i\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[-\frac{(y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{2i}\tau}{(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}))^2}\right] \tag{4.30}$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)\right)$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{1i}} \cdot \frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} \tag{4.31}$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{1i}} = \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{(y_{2i}-\mu_{2i})\mathbf{x}_i^T}{(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}))}\right]\right)}{\partial \mu_{1i}}$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\right)}{\partial \mu_{1i}} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{(y_{2i}-\mu_{2i})\mathbf{x}_i^T(-1)\tau}{(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}))^2}\right] \tag{4.32}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.32) dan (4.16) ke persamaan (4.31) sehingga diperoleh turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)\right)$ dari logaritma fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\left(\frac{(y_{2i}-\mu_{2i})\mathbf{x}_i^T(-1)\tau}{(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}))^2}\right).\mu_{1i}\mathbf{x}_i\right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[-\frac{(y_{2i}-\mu_{2i})\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T\mu_{1i}\tau}{(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}))^2}\right] \tag{4.33}$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter regresi $\boldsymbol{\beta}_j(u_i,v_i)$ dan parameter dispersi τ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \tau} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \tau} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[-\frac{(y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_i^T(\mu_{1i}+\mu_{2i})}{(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i}))^2}\right] \tag{4.34}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \tau} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \tau} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[-\frac{\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_i^T\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)^2}\right] \tag{4.35}$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ dan parameter regresi $\boldsymbol{\beta}_j(u_i,v_i)$ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \tau\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \tau\right)}{\partial \mu_{1i}} \cdot \frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\tau}{\tau^2\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)} - \frac{1}{\tau}\right]\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T\tau}{\tau^2\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)} - \frac{\mu_{1i}\mathbf{x}_i^T}{\tau}\right] \tag{4.36}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \tau\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} = \frac{\partial\left(\partial Q/\partial \tau\right)}{\partial \mu_{2i}} \cdot \frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\tau}{\tau^2\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)} - \frac{1}{\tau}\right]\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\left[\frac{\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T\tau}{\tau^2\left(1+\tau(\mu_{1i}+\mu_{2i})\right)} - \frac{\mu_{2i}\mathbf{x}_i^T}{\tau}\right] \tag{4.37}$$

Karena hasil persamaan di atas tidak memberikan suatu persamaan yang eksplisit maka digunakan suatu metode yaitu metode *Newton-Rapshon* dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menentukan nilai taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{(0)}}$ dengan $\boldsymbol{\theta} = \left(\tau\ \boldsymbol{\beta}_\mathbf{1}^\mathbf{T}\ (u_i,v_i)\boldsymbol{\beta}_\mathbf{2}^\mathbf{T}(u_i,v_i)\right)^T$, iterasi pada saat $m=0$.Nilai taksiran awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{j(0)}}(u_i,v_i)$ diperoleh dengan metode Ordinary Least square (OLS), yaitu:

   $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{j(0)}}(u_i,v_i) = \left(\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{X}\right)^{\mathbf{-1}}\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{Y}_\mathbf{j}$dengan j = 1,2.

2. Membentuk vektor gradien **g**

   $$\mathbf{g}^T\left(\boldsymbol{\theta}_{(m)}\right)_{(2k+3)x1} = \left(\left(\frac{\partial Q}{\partial \tau}\right), \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)}\right)^T, \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)}\right)^T\right)^T_{\theta=\theta_{(m)}}$$

3. Membentuk matriks Hessian **H**

$$\mathbf{H}\left(\boldsymbol{\theta}_{(m)}\right)_{(2k+3)x(2k+3)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} & \frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)} & \frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)} \\ & \frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_1^{T}(u_i,v_i)} & \frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^{T}(u_i,v_i)} \\ simetris & & \frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i,v_i)\partial \boldsymbol{\beta}_2^{T}(u_i,v_i)} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}(m)}$$

Memasukkan nilai ke dalam $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ elemen-elemen vektor **g** dan matriks **H**, sehingga diperoleh vektor **g(** $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ **)** dan matriks **H(** $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ **)**.

4. Mulai dari m=0 dilakukan iterasi pada persamaan

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{j}(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{j}(m)} - \mathbf{H}^{-1}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\right)\mathbf{g}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\right)$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke-m.

5. Jika belum mendapatkan penaksiran parameter yang konvergen, maka dilanjutkan kembali ke langkah 5 hingga iterasi ke m = m+1. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\left\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{m}\right\| \leq \varepsilon$, ε adalah bilangan yang sangat kecil.

1.2 Pengujian Parameter model GWNBBR

Untuk menentukan nilai statistik uji, terlebih dahulu ditentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh. Fungsi-fungsi *likelihood* yang dimaksud adalah $L(\hat{\Omega})$ yaitu nilai *maximum likelihood* untuk model yang lebih lengkap dengan melibatkan variabel prediktor dan $L(\hat{\omega})$, yaitu nilai *maximum likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan statistik uji dalam pengujian parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dinotasikan dengan :

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

6.

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = -2\ln\Lambda = -2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}))$$

Hipotesis yang digunakan adalah :

$H_0 : \beta_{j1}(u_i,v_i) = \beta_{j2}(u_i,v_i) = \ldots = \beta_{jl}(u_i,v_i) = 0$; $j = 1, 2$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl}(u_i,v_i) \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, \ldots, \text{k}$

Berikut adalah $L(\hat{\omega})$ dan $L(\hat{\Omega})$ dari regresi binomial negatif bivariat :

$$\ln L(\hat{\omega}) = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}_w^{-1} - k) + y_{1i}\ln\hat{\mu}_{1i} + y_{2i}\ln\hat{\mu}_{2i} - \ln\hat{\tau}/\hat{\tau} + \right.$$
$$\left. -(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \hat{\mu}_{1i} + \hat{\mu}_{2i}) - \ln(y_{1i}!) - \ln(y_{2i}!))\right]$$

dengan

$\hat{\mu}_{1i} = \exp(\hat{\beta}_{10}(u_i,v_i))$ dan $\hat{\mu}_{2i} = \exp(\hat{\beta}_{20}(u_i,v_i))$,dengan $\hat{\beta}_{10} = \ln\left(\overline{Y}_1\right)$ dan

$\hat{\beta}_{20} = \ln\left(\overline{Y}_2\right)$

$$L(\hat{\Omega}) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\hat{\tau}^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)}\hat{\mu}_{1i}^{y_{1i}}\hat{\mu}_{2i}^{y_{2i}}\hat{\tau}^{-\hat{\tau}^{-1}}(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\hat{\tau}^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}\right)$$

$$\ln L(\hat{\Omega}) = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + y_{1i}\ln\hat{\mu}_{1i} + y_{2i}\ln\hat{\mu}_{2i} - \ln\hat{\tau}/\hat{\tau} + \right.$$
$$\left. -(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \exp(\hat{\beta}_{10}(u_i,v_i)) + \exp(\hat{\beta}_{20}(u_i,v_i))) - \ln(y_{1i}!) - \ln(y_{2i}!))\right]$$

dengan

$\hat{\mu}_{1i} = \exp(\mathbf{x}_{1i}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1(u_i,v_i))$ dan $\hat{\mu}_{2i} = \exp(\mathbf{x}_{2i}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i,v_i))$

Sehingga diperoleh :

$$D\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) = 2\left[\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + \sum_{i=1}^{n}\left(y_{1i}(\mathbf{x}_{1i}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1(u_i,v_i)) + y_{2i}(\mathbf{x}_{2i}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i,v_i))\right) - \right.\right.$$
$$\left.\sum_{i=1}^{n}(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \exp(\mathbf{x}_{1i}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1(u_i,v_i)) + \exp(\mathbf{x}_{2i}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i,v_i))) - \sum_{i=1}^{n}\left(\ln(y_{1i}!) + \ln(y_{2i}!)\right)\right) -$$
$$\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + \sum_{i=1}^{n}\left(y_{1i}(\hat{\beta}_{10}(u_i,v_i)) + y_{2i}(\hat{\beta}_{20}(u_i,v_i))\right) - \right.$$
$$\left.\left.\sum_{i=1}^{n}(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \exp(\hat{\beta}_{10}(u_i,v_i)) + \exp(\hat{\beta}_{10}(u_i,v_i))) - \sum_{i=1}^{n}\left(\ln(y_{1i}!) + \ln(y_{2i}!)\right)\right)\right]$$

$D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ adalah devians model regresi binomial negatif bivariat dengan menggunakan pendekatan distribusi *chi-square* dengan derajat bebas *v* dan H_0 ditolak jika $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) > \chi^2_{(\alpha;v)}$, dengan *v* adalah derajat bebas yang diperoleh dari banyaknya parameter model di bawah populasi dikurangi banyaknya parameter di bawah H_0.

1.3 Pemodelan Jumlah Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Jawa Timur

1.3.1 Statistika Deskriptif

Propinsi Jawa Timur termasuk 10 besar daerah dengan AKI dan AKB tertinggi di Indonesia. Secara geografis, Jawa Timur terletak 111,00 – 114,40 Bujur Timur dan 7,120 – 8,480 Lintang Selatan. Luas provinsi Jawa Timur 46428,57 km^2 dan terbagi menjadi 38 kabupaten/kota (29 kabupaten dan 8 kota). Jawa Timur memiliki wilayah terluas di antara 6 provinsi di Pulau Jawa, dan memiliki jumlah penduduk terbanyak kedua di Indonesia setelah Jawa Barat. Jawa Timur berbatasan dengan Laut Jawa di utara, Selat Bali di Timur, Samudra Hindia di selatan, serta Provinsi Jawa Tengan di barat. Wilayah Jawa Timur meliputi Pulau Madura, Pulau Bawean, Pulau Kangean dan sejumlah pula-pulau kecil di laut Jawa dan Samudera Hindia.

Jumlah kematian Bayi dan kematian Ibu di Jawa Timur pada Tahun 2013 adalah 5793 dan 642. Jumlah kematian Bayi di Jawa Timur terbanyak berada pada Kabupaten Jember dan paling sedikit berada pada Kota Batu. Sedangkan Jumlah kematian Ibu di Jawa Timur terbanyak berada pada Kota Surabaya dan paling sedikit berada pada Kota Blitar, Kota Mojokerto dan Kota Batu.

Adapun gambaran awal mengenai jumlah kematian Bayi dan kematian Ibu di Jawa Timur 2013, maka berikut ini disajikan tabel statistika deskriptif dengan variabel respon yang digunakan dalam penelitian ini adaah jumlah kematian Bayi (Y_1) dan jumlah kematian Ibu (Y_2) dan 8 variabel prediktor yang diduga mempengaruhinya.

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Variabel Respon Penelitian

Variabel	**Mean**	**Variance**	**Std. Deviation**	**Min.**	**Max.**
Y_1	152,45	9792,903	98,959	23	420
Y_2	16,89	126,205	11,234	1	49

Berdasarkan tabel 4.1 menunjukkan bahwa rata-rata dari jumlah kematian Bayi di tiap kabupaten/kota di Jawa Timur adalah 152 dengan kematian terbanyak berjumlah 420 dan kematian paling sedikit berjumlah 23. Nilai varians dari variabel jumlah kematian bayi sebesar 9792,903. Hal ini menunjukkan bahwa varians jumlah kematian bayi sangat besar karena terdapat daerah dengan jumlah kematian bayi ratusan namun ada pula daerah dengan jumlah kematian bayi yang puluhan/sedikit. Sedangkan jumlah kematian Ibu di tiap kabupaten/kota di Jawa Timur adalah 17 kematian dengan kematian terbanyak berjumlah 49 kematian dan kematian paling sedikit berjumlah 1 kematian. Nilai varians dari variabel jumlah kematian ibu sebesar 126,205. Hal ini menunjukkan bahwa jumlah kematian ibu antar kabupaten/kota di Jawa Timur memiliki nilai yang tidak berbeda jauh.

Pengujian parameter dispersi menggunakan statistik *Score Test* untuk menguji overdispersi atau independensi pada model regresi binomial negatif bivariat.

Tabel 4.2 Pengujian Parameter Dispersi dengan *Score Test*

Parameter	Penaksiran	T
τ	0,2086	157,6088

Hipotesis untuk parameter dispersi

$H_0: \tau = 0$

$H_1: \tau > 0$

diperoleh nilai T sebesar 157,6088 dengantingkat signifikansi sebesar 5% yang menghasilkan $\chi^2_{(0,05;1)} = 3,841$karena nilai T lebih besar dari χ^2 maka tolak H_0sehingga dapat disimpulkan bawah terjadi fenomena overdispersi pada kematian bayi dan kematian ibu di Jawa Timur pada tahun 2013 saling berhubungan.

Tabel 4.3 Statistika Deskriptif Variabel Prediktor Penelitian

Variabel	Mean	Variance	Std. Deviation	Min.	Max.
X_1	91,88	24,655	4,965	81.53	100
X_2	84,76	45,37	6,735	67,60	99,14
X_3	86,60	118,726	10,896	60,81	100
X_4	15,08	39,983	6,323	5,22	29,18
X_5	12,24	14,844	3,852	3,74	19,56
X_6	0,27	0,284	0,532	0,06	3,12
X_7	45,34	210,751	14,517	17,14	67,32
X_8	87,57	51,818	7,198	69,78	100

Berdasarkan tabel 4.3 menunjukkan bahwa rata-rata dari persentase persalinan oleh tenaga kesehatan di tiap kabupaten/kota di Jawa Timur adalah 91,88 dengan kematian terbanyak berjumlah 100 dan kematian paling sedikit berjumlah 81,53. Nilai varians dari variabel persentase persalinan oleh tenaga kesehatan sebesar 24,655. Sedangkan rata-rata persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 adalah 84,76 kematian dengan kematian terbanyak berjumlah 99,14 dan kematian paling sedikit berjumlah 67,60. Nilai varians dari variabel persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 sebesar 45,37. Lain halnya dengan rata-rata persentase komplikasi kebidanan ditangani adalah 86,60 dengan kematian terbanyak berjumlah 100 dan kematian paling sedikit berjumlah 60,81. Nilai varians dari variabel persentase komplikasi kebidanan ditangani sebesar 118,726.

4.3.2 Pemeriksaan Korelasi

Pemeriksaan korelasi variabel respon digunakan untuk menunjukkan apakah variabel respon jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu yang digunakan saling berhubungan erat sehingga nantinya dapat dilakukan analisis regresi bivariat. untuk melihat korelasi antar variabel respon dapat dilihat dari derajat keeratan hubungan antar variabel respon. Dengan melakukan pengujian hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Tidak ada hubungan antara Y_1 dan Y_2

H_1 : Terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

Berdasarkan nilai *p-value* sebesar 0,000 < α = 0,05 dapat disimpulkan bahwa tolak H_0, selain itu berdasarkan nilai t_{hit} = 6,55 > $t_{(0,025;36)}$ = 2,0438 juga dinyatakan tolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 yang artinya terdapat hubungan yang signifikan antara jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu.

Berdasarkan Lampiran 3 menunjukkan bahwa nilai korelasi antara variabel jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu adalah bernilai 0,740, hal ini menunjukkan bahwa terdapat hubungan yang erat antara jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi.

4.3.3 Pemeriksaan Multikolinieritas

Sebelum melanjutkan analisis dengan menggunakan metode regresi binomial negatif bivariate dan GWNBBR, maka dilakukan terlebih dahulu uji multikolinieritas untuk mengetahui apakah antar variabel prediktor tidak berkorelasi antara satu dengan lainnya. Ada beberapa cara untuk mendeteksi adanya kasus multikolinieritas yaitu dengan koefisien korelasi antar variabel prediktor dan nilai VIF (*Variance Inflation Factor*).

Cara pertama adalah dengan melihat koefisien korelasi antar variabel prediktor, apabila nilai tersebut melebihi ± 0,95 maka dikatakan terjadi multikolinieritas. Berdasarkan Lampiran 4 menunjukkan bahwa tidak ada koefisien korelasi antar variabel prediktor yang melebihi angka ± 0,95 sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat korelasi antar variabel prediktor. Namun untuk melihat multikolinearitas yang lebih valid menggunakan kriteria VIF.

Cara kedua adalah dengan melihat nilai VIF (*Variance Inflation Factor*), jika pada variabel prediktor terdapat nilai VIF > 10 maka dapat disimpulkan asumsi non multikolinearitas tidak terpenuhi. Berikut adalah tabel nilai VIF pada masing-masing variabel prediktor. Berdasarkan Lampiran 3 dapat disimpulkan semua variabel prediktor telah memenuhi asumsi non multikolinearitas karena nilai VIF dari 8 variabel prediktor < 10, sehingga 8 variabel ini telah memenuhi asumsi non multikolinieritas dan memenuhi syarat dalam membentuk model dengan menggunakan model GWNBBR.

1.3.4 Pemodelan Regresi Binomial Negatif Bivariat

Regresi Binomial Negatif Bivariat adalah suatu metode untuk menangani masalah *overdispersion*. Pada kasus kematian bayi dan kematian ibu ini pendeteksian *overdispersion* dapat dilihat dari nilai mean dan varian pada Lampiran 2 dimana varian lebih besar dari nilai mean.

Pengujian parameter secara serentak, hipotesis yang akan digunakan adalah sebagai berikut :

$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = ... = \beta_{j8}; j = 1,2$

$H_1 :$ paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0; j = 1,2, l = 1,2,..,8$

Diperoleh nilai $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ sebesar 20164.06 dengan tingkat signifikansi sebesar 5% yang menghasilkan $\chi^2_{(0,05;19)}$ = 30,144 karena nilai $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ lebih besar dari $\chi^2_{(0,05;19)}$ maka tolak H_0 yang artinya minimal ada satu variabel yang berpengaruh terhadap variabel respon. Selanjutnya akan dilakukan pengujian parameter secara parsial.

Tabel 4.4 Penaksiran Parameter Model Regresi Binomial Negatif Bivariat pada Kematian Bayi di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013

Parameter	Kematian bayi (μ_1)			
	Penaksiran	SE	Z_{hitung}	p-value
β_0	-0,9357	0,8865	-1,0555	0,1456
β_1	0,0824	0,0415	1,9864	0,0235
β_2	0,0426	0,0202	2,1077	0,0175
β_3	-0,0001	0,0096	-0,0155	0,4938
β_4	0,0042	0,0353	0,1181	0,4530
β_5	0,0421	0,0497	0,8477	0,1983
β_6	0,0779	1,0374	0,0751	0,4701
β_7	0,0071	0,0089	0,7990	0,2122
β_8	-0,0707	0,0355	-1,9919	0,0232

Berdasarkan dari Tabel 4.2 dengan tingkat signifikansi sebesar 5% bahwa ada tiga variabel prediktor yang memiliki Z_{hitung} yang lebih besar daripada $Z_{\alpha/2}$ = 1,96 pada model persamaan kematian bayi. Variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi adalah Persalinan oleh tenaga kesehatan

(X_1), Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), Persentase ibu hamil melaksanakan program K4 (X_8).

Sehingga dari hasil semua penaksiran parameter diperoleh model sebagai berikut :

$$\hat{\mu}_1 = \exp\left(-0,9357 + 0,0824X_1 + 0,0426X_2 - 0,0001X_3 + 0,0042X_4 + 0,0421X_5 + 0,0779X_6 + 0,0071X_7 - 0,0707X_8\right)$$

Tabel 4.5 Penaksiran Parameter Model Regresi Binomial Negatif Bivariat pada Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013

Parameter	Kematian ibu (μ_2)			
	Penaksiran	SE	Z_{hitung}	p-value
β_0	-1,0713	1,2649	-0,8470	0,1985
β_1	0,0057	0,0447	0,1281	0,4490
β_2	0,0305	0,0220	1,3854	0,0830
β_3	0,0014	0,0103	0,1400	0,4443
β_4	0,0298	0,0377	0,7889	0,2151
β_5	0,0203	0,0549	0,3691	0,3560
β_6	0,0099	1,0214	0,0097	0,4961
β_7	0,0150	0,0094	1,5915	0,0557
β_8	-0,0088	0,0381	-0,2301	0,4090

Berdasarkan dari Tabel 4.3 dengan tingkat signifikansi sebesar 5% bahwa tidak ada variabel prediktor yang memiliki Z_{hitung} yang lebih besar daripada $Z_{\alpha/2}$ = 1,96 pada model persamaan kematian ibu.

Sehingga dari hasil semua penaksiran parameter diperoleh model sebagai berikut :

$$\hat{\mu}_2 = \exp\left(-0,847 + 0,1281X_1 + 1,3854X_2 + 0,14X_3 + 0,7889X_4 + 0,3691X_5 + 0,0097X_6 + 1,5915X_7 - 0,2301X_8\right)$$

4.3.5 Pemodelan Jumlah Kematian Bayi dan Ibu dengan Metode Geographycally Weighted Negative Binomial Bivariate Regression

Analisis spasial dilakukan jika data yang digunakan memenuhi aspek spasial yaitu memiliki sifat *error* yang saling berkorelasi atau memiliki heterogenitas spasial (Anselin, 1988)

Pengujian dependensi dilakukan dengan melihat nilai Moran's I. Tujuannya adalah untuk mengidentifikasi apakah ada dependensi spasial atau tidak. Jika hasil dari pengujian Moran's I signifikan, maka pendekatan yang dapat digunakan adalah regresi spasial berbasis area. Hipotesis yang digunakan adalah:

H_0 : $\lambda = 0$ (Tidak ada dependensi spasial)

H_1 : $\lambda \neq 0$ (Terdapat dependensi spasial)

Berdasarkan Lampiran 6 mengunakan *software R* diperoleh *p-value* sebesar 0,186. Sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima karena *p-value* > α, dengan kata lain tidak terdapat dependensi spasial antar wilayah.

Heterogenitas spasial dapat diketahui dengan melakukan pengujian *Breusch-Pagan*. Jika hasil dari pengujian *Breusch-Pagan* signifikan maka pemodelan dapat menggunakan spasial berbasis titik. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian *Breusch-Pagan* adalah:

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2 = \sigma^2$ (variansi antar lokasi sama)

$H_1 :$ minimal ada satu $\sigma_1^2 \neq \sigma^2$(variansi antar lokasi berbeda)

Berdasarkan Lampiran 6 mengunakan *software R* diperoleh *p-value* sebesar 0,028. Sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 ditolak karena *p-value* < α, dengan kata lain variansi antar lokasi berbeda.

Pemodelan Geographycally Weighted Negative Binomial Bivariate Regression dilakukan dengan memasukkan pembobot spasial. Matriks pembobot yang digunakan merupakan matriks yang berisi fungsi kernel yang terdiri dari jarak antar lokasi dan *bandwith*, untuk itu langkah pertama yang harus dilakukan dalam pemodelan GWNBBR adalah menentukan jarak *euclidien* antar lokasi pengamatan. Jarak *euclidien* antar pengamatan yang dihitung dengan *software* R dapat dilihat pada lampiran 8. Fungsi kernel yang digunakan dalam pemodelan GWNBBR adalah fungsi *adaptive bisquare* kernel karena pengamatan tersebar secara mengelompok, sehingga membutuhkan *bandwidth* yang berbeda-beda di tiap lokasinya. Penentuan bandwidth dilakukan dengan metode cross validation. Setelah dilakukan bandwidth maka diperoleh matriks pembobot spasial dengan memasukkan nilai bandwidth dan jarak euclidean kedalam fungsi kernel. Matriks pembobot spasial yang diperoleh untuk tiap-tiap lokasi kemudian digunakan untuk membentuk model GWNBBR sehingga tiap-tiap lokasi memiliki model yang berbeda-beda. Matriks pembobot spasial yang diperoleh dapat dilihat pada Lampiran 9.

Pemodelan jumlah kematian bayi dan ibu menggunakan GWNBBR diharapkan memperoleh hasil yang lebih baik daripada pemodelan dengan menggunakan regresi binomial negative.

Untuk melihat apakah pemodelan dengan menggunakan GWNBBR menghasilkan model yang lebih baik dilakukan pengujian kesamaan model dengan hipotesis sebagai berikut :

H_0: $\beta_{jl}(u_i, v_i) = \beta_{jl}$; $i = 1,2, \ldots ,38$; $j = 1,2$; $l = 0,1,2, \ldots ,8$

H_1: minimal ada satu $\beta_{jl}(u_i, v_i) \neq \beta_{jl}$

Berdasarkan hasil analisis diperoleh nilai F_{hitung} sebesar 52,447 . Dengan menggunakan $\alpha = 0,05$ maka diperoleh F tabel = $F_{(0,05,9,29)}$ sebesar 2,22 sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 ditolak, berarti terdapat perbedaan yang signifikan antara model GWNBBR dengan model Binomial Negative Bivariat.

Pengujian signifikansi model GWNBBR secara serentak dilakukan untuk menguji apakah secara bersama-sama variabel prediktor berpengaruh terhadap model. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi model GWNBBR secara parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \beta_3(u_i, v_i) = \ldots = \beta_k(u_i, v_i) = 0$

H_0 : paling tidak ada salah satu $\beta_l(u_i, v_i)$ yang tidak sama dengan 0;l=1,2.,k

Berdasarkan hasil analisis, pengujian signifikansi parameter secara serentak diperoleh nilai devians sebesar 384,461 dengan nilai $\chi^2_{(0,05,16)}$ sebesar 26,296. Sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 ditolak karena nilai devians >

$\chi^2_{(0,05,16)}$. Dengan kata lain secara serentak variabel prediktor berpengaruh terhadap model.

Pengujian signifikansi model GWNBBR secara parsial dilakukan untuk mengetahui parameter-parameter yang signifikan di setiap wilayah. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi model GWNBBR secara parsial adalah sebagai berikut :

$H_0: \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0$

$H_1: \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0$

Berdasarkan hasil pengujian signifikansi parameter dengan *software* R, diperoleh parameter yang signifikan berbeda-beda untuk tiap kabupaten/kota. Hasil estimasi parameter GWNBBR dapat dilihat pada lampiran 11 dan parameter yang signifikan di setiap kabupaten dapat dilihat pada Tabel 4.6 Sebagai berikut :

Tabel 4.6 Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur

Kabupaten	**Kabupaten yang Signifikan**	
	Kematian Bayi	**Kematian Ibu**
Pacitan	X_2,X_4,X_5,X_6	X_2,X_4,X_5,X_6
Ponorogo		X_6
Trenggalek		
Tulungagung	X_7	X_7
Blitar	X_6,X_8	X_6
Kediri	X_1,X_5,X_6,X_7,X_8	X_1, X_5,X_6,X_8
Malang	X_7	X_6,X_7
Lumajang	X_6	
Jember	X_2,X_6	X_2,X_6
Banyuwangi	X_7	X_3,X_7
Bondowoso		
Situbondo	X_1,X_3,X_4,X_5	X_1,X_3,X_4,X_5,X_6
Probolinggo		
Pasuruan		
Sidoarjo	X_6,X_7,X_8	X_6,X_7
Mojokerto	X_6	X_6
Jombang	X_4	X_4
Nganjuk	X_2,X_6,X_8	X_6,X_8
Madiun	X_2,X_8	X_2,X_8
Magetan	X_3,X_6,X_8	X_1,X_6,X_8
Ngawi	X_5	X_5
Bojonegoro		
Tuban	X_3,X_7	X_3,X_7
Lamongan	X_3,X_5,X_6,X_7	X_3,X_5,X_6,X_7

Kabupaten	Kabupaten yang Signifikan	
	Kematian Bayi	**Kematian Ibu**
Gresik	X_2,X_3	X_2
Bangkalan	X_2,X_4,X_5	X_2,X_3,X_4,X_5,X_6
Sampang		
Pamekasan	X_6	X_6,X_7
Sumenep	X_5,X_6	X_5,X_6
Kota Kediri		X_2,X_3,X_6,X_7
Kota Blitar		
Kota Malang	X_3,X_7	X_3
Kota Probolinggo		X_6
Kota Pasuruan	X_2,X_4,X_5,X_7	X_2,X_4,X_5,X_6,X_7
Kota Mojokerto	X_5,X_6,X_7	X_5,X_6,X_7
Kota Madiun		
Kota Surabaya	X_5	X_5
Kota Batu	X_3	X_3,X_6

Berdasarkan pengujian parameter secara parsial, sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi pertama (u_1,v_1) yaitu Kabupaten Pacitan dan lokasi kelima (u_5,v_5) yaitu Kabupaten Blitar.

Tabel 4.7 Pengujian Parameter Model GWNBBR di Kabupaten Pacitan dengan Pembobot *Adaptive* Bisquare Kernel

Parameter	Kematian Bayi			Kematian Ibu		
	Estimasi	Z_{hitung}	P-value	Estimasi	Z_{hitung}	p-value
β_0	5,113	10,133	0,0000	2,341	4,145	0,0000
β_1	1,181	0,997	0,1591	0,770	0,642	0,2603
β_2	-1,293	-3,859	0,0001	-1,178	-3,277	0,0005
β_3	0,152	0,312	0,3773	0,211	0,430	0,3336
β_4	2,085	1,979	0,0239	2,301	2,161	0,0153
β_5	-2,239	-2,901	0,0019	-2,295	-2,919	0,0018
β_6	-3,169	-2,997	0,0014	-5,551	-3,858	0,0001
β_7	1,040	1,381	0,0835	1,273	1,678	0,0466
β_8	-1,315	-1,005	0,1572	-0,762	-0,572	0,2837

Berdasarkan Tabel 4.7 di Kabupaten Pacitan diketahui bahwa variabel-variabel yang berpengaruh secara signifikan dapat dilihat dari nilai $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan taraf signifikansinya sebesar 5% di mana Z_{tabel} atau $Z_{\alpha/2}$ = 1,96 dan variabel yang signifikan untuk Kematian Bayi adalah X_2,X_4,X_5,X_6 sedangkan variabel yang signifikan untuk Kematian Ibu adalah X_2,X_4,X_5,X_6, sehingga dapat dibentuk model seperti berikut :

1. Kematian Bayi

$$\hat{\mu}_1 = \exp(5{,}113+1{,}181X_1-1{,}294X_2+0{,}152X_3+2{,}085X_4-2{,}239X_5-3{,}169X_6+ 1{,}040X_7-1{,}315X_8)$$

Ditinjau dari variabel yang signifikan dari model yang terbentuk di lokasi pertama yaitu Kabupaten Pacitan dapat disimpulkan setiap kenaikan 1 persen ibu hamil yang mendapatkan tablet Fe3, maka akan menurunkan jumlah Kematian Bayi sebesar exp(-1,293) = 0,274 dengan asumsi variabel yang lain konstan. Setiap kenaikan 1 persen wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun, maka sejalan dengan meningkatnya jumlah Kematian Bayi sebesar exp(2,085) = 8,044 dengan asumsi variabel yang lain konstan. Setiap kenaikan 1 persen wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah, maka sejalan dengan meningkatnya jumlah Kematian Bayi sebesar exp(-2,239) = 0,106 dengan asumsi variabel yang lain konstan. Setiap kenaikan 1 persen tenaga kesehatan, maka akan menurunkan jumlah Kematian Bayi sebesar exp(-1,315) = 0,268 dengan asumsi variabel yang lain konstan.

2. Kematian Ibu

$$\hat{\mu}_2 = \exp(2{,}341+0{,}770X_1-1{,}178X_2+0{,}211X_3+2{,}301X_4-2{,}295X_5-5{,}551X_6+ 1{,}273X_7-0{,}762X_8)$$

Ditinjau dari variabel yang signifikan dari model yang terbentuk di lokasi pertama yaitu Kabupaten Pacitan dapat disimpulkan setiap kenaikan 1 persen ibu hamil yang mendapatkan tablet Fe3, maka akan menurunkan jumlah Kematian Ibu sebesar exp(-1,178) = 0,307 dengan asumsi variabel yang lain konstan. Setiap kenaikan 1 persen wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun, maka sejalan dengan meningkatnya jumlah Kematian Ibu sebesar exp(2,301) = 9,98 dengan asumsi variabel yang lain konstan. Setiap kenaikan 1 persen wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah, maka sejalan dengan meningkatnya jumlah Kematian Bayi sebesar exp(-2,295) = 0,100 dengan asumsi variabel yang lain konstan. Setiap kenaikan 1 persen tenaga kesehatan, maka akan menurunkan jumlah Kematian Bayi sebesar exp(-5,551) = 0,003 dengan asumsi variabel yang lain konstan.

Tabel 4.8 Pengujian Parameter Model GWNBBR di Kabupaten Blitar dengan Pembobot *Adaptive* Bisquare Kernel

Parameter	Kematian Bayi			Kematian Ibu		
	Estimasi	Zhitung	P-value	Estimasi	Zhitung	p-value
β_0	4,425	25,509	0,0000	1,634	4,644	0,0000
β_1	0,674	1,422	0,0207	-0,080	-0,152	0,4396
β_2	0,178	1,029	0,2369	0,290	1,267	0,1024
β_3	-0,112	-0,734	0,0493	-0,009	-0,054	0,4785
β_4	-0,854	-1,427	0,4580	-0,430	-0,686	0,2463
β_5	0,413	0,784	0,0045	0,269	0,478	0,3161
β_6	-1,513	-2,782	0,0160	-3,304	-2,687	0,0036
β_7	0,005	0,019	0,0003	0,293	0,911	0,1810
β_8	-1,546	-2,682	0,0000	-0,677	-1,045	0,1479

Berdasarkan Tabel 4.8 di Kabupaten Blitar diketahui bahwa variabel-variabel yang berpengaruh secara signifikan dapat dilihat dari nilai $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan taraf signifikansinya sebesar 5% di mana Z tabel atau $Z_{\alpha/2}$ = 1,96 dan variabel yang signifikan untuk Kematian Bayi adalah X_6, X_8 sedangkan variabel yang signifikan untuk Kematian Ibu adalah X_6, sehingga dapat dibentuk model seperti berikut :

1. Kematian Bayi

$$\hat{\mu}_2 = \exp(4{,}425+0{,}674X_1+0{,}178X_2-0{,}112X_3-0{,}854X_4+0{,}413X_5-1{,}513X_6+0{,}005X_7-1{,}546X_8)$$

Ditinjau dari variabel yang signifikan dari model yang terbentuk di lokasi kelima yaitu Kabupaten Blitar dapat disimpulkan setiap kenaikan 1 persen tenaga kesehatan, maka akan menurunkan jumlah Kematian Bayi sebesar exp(-1,513) = 0,220 dengan asumsi variabel yang lain konstan. setiap kenaikan 1 persen ibu hamil melaksanakan program K4, maka akan menurunkan jumlah Kematian Bayi sebesar exp(-1,546) = 0,213 dengan asumsi variabel yang lain konstan.

2. Kematian Ibu

$\hat{\mu}_2$ = exp (1,634+0,080X_1+0,290X_2-0,009X_3-0,430X_4+0,269X_5-3,304X_6+ 0,293X_7-0,677X_8)

Ditinjau dari variabel yang signifikan dari model yang terbentuk di lokasi kelima yaitu Kabupaten Blitar dapat disimpulkan setiap kenaikan 1 persen tenaga kesehatan, maka akan menurunkan jumlah Kematian Ibu sebesar exp(-3,304) = 0,036 dengan asumsi variabel yang lain konstan.

Sebagai perbandingan antara model Regresi Binomial Negative dengan Geographically Weighted Negative Binomial Bivariate Regression

Tabel 4.9 Nilai AIC Model

Model	**Nilai AIC**
Regresi Binomial Negative Bivariat	1448
GWNBBR Adaptive Bisquare Kernel	748

Berdasarkan Tabel 4.9 nilai AIC untuk metode GWNBBR Adaptive Bisquare Kernel menghasilkan nilai yang lebih kecil dibandingkan dengan metode Regresi Binomial Negative Bivariat, oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa metode GWNBBR Adaptive Bisquare Kernel sesuai untuk digunakan dalam pemodelan jumlah kematian bayi dan ibu di Jawa Timur tahun 2013.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 5
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Estimasi parameter model GWNBBR dilakukan dengan metode Maximum Likelihood Estimatin (MLE). Hasil yang diperoleh dari penaksiran parameter tersebut tidak *close form* sehingga perlu dilakukan iterasi menggunakan metode *Newton Raphson.* Pada pengujian hipotesisnya menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan membandingkan antara nilai likelihood di bawah H_0 dan likelihood dibawah populasi. Pengujian hipotesis dilakukan secara serentak dan secara parsial.
2. Pengujian kesamaan model GWNBBR dan model Binomial negative bivariate memberikan kesimpulan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara model GWNBBR dan model Binomial negative bivariate sedangkan pengujian hipotesis secara serentak memberikan kesimpulan bahwa secara serentak variabel prediktor berpengaruh terhadap model.
3. Dari hasil analisis menunjukkan bahwa pemodelan GWNBBR menghasilkan parameter yang bersifat lokal, hal ini dapat dilihat dari perbedaan variabel prediktor yang signifikan untuk setiap kab/kota di Jawa Timur.

5.2 Saran

Untuk mengembangkan analisis, dapat dilakukan metode *Mixed Geographycally Weighted Negative Binomial Regression* dan dapat diterapkan pada data simulasi.

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 1. Data Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Jumlah Kasus Kematin Ibu Serta Faktor- Faktor Yang Diduga Mempengaruhi di Jawa Timur Tahun 2013

Kabupaten / Kota	**Y_1**	**Y_2**	**X_1**	**X_2**	**X_3**
1.Pacitan	79	10	87,6	81,92	96,81
2.Ponorogo	170	12	87,77	84,45	91,73
3. Trenggalek	70	10	93,5	83,63	94,21
4. Tulungagung	124	17	89,03	84,71	68,45
5. Blitar	251	16	86,52	82,02	65,14
6. Kediri	227	34	91,78	88,73	84,61
7. Malang	193	39	99,99	90,52	80,18
8. Lumajang	237	23	98,98	88,44	100
9. Jember	420	36	82,92	77,94	81,57
10. Banyuwangi	191	33	89,34	84,64	82,06
11. Bondowoso	187	22	91,39	85,57	100
12. Situbondo	136	17	81,63	76	87,28
13. Probolinggo	201	12	87,11	78,92	100
14. Pasuruan	206	28	89,99	85,73	86,51
15. Sidoarjo	316	26	100	85,07	68,4
16. Mojokerto	129	22	87,99	76,36	89,7
17. Jombang	277	18	88,19	85,79	95,11
18. Nganjuk	365	24	87,82	77,69	92,68
19. Madiun	97	11	90,46	88,77	76,38
20. Magetan	100	8	91,87	90,2	90,29
21. Ngawi	85	12	92,95	90,58	94,69
22.Bojonegoro	219	20	97,35	87,04	100
23. Tuban	171	12	93,45	90,02	80,38
24. Lamongan	91	17	96,84	85,26	91,31
25. Gresik	97	22	89,39	81,67	98,07
26. Bangkalan	123	11	97,63	77,6	60,81
27. Sampang	216	19	92,35	80,76	89,7
28. Pamekasan	69	13	88,5	87,54	72,63
29. Sumenep	57	9	91,85	82,98	70,16
30. Kota Kediri	28	4	100	79,13	83,89
31. Kota Blitar	25	1	81,53	71,72	96,22
32. Kota Malang	209	20	92,25	99,14	89,41
33. Kota Probolinggo	72	8	92,69	90,64	78,53
34. Kota Pasuruan	26	2	97,63	67,6	94,4
35. Kota Mojokerto	33	1	93,16	85,8	81,14
36. Kota Madiun	24	3	98,33	97,73	100
37, Kota Surabaya	249	49	96,03	98,23	98,73
38. Kota Batu	23	1	95,54	90,22	79,67

Lampiran 1. Lanjutan

Kabupaten / Kota	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
1. Pacitan	11,21	16,74	0,12	55,82	82,00
2. Ponorogo	11,83	11,84	0,18	34,61	86,93
3. Trenggalek	16,20	15,43	0,12	28,02	84,81
4. Tulungagung	13,85	12,94	0,11	36,90	86,68
5. Blitar	13,30	13,20	0,10	43,05	82,60
6. Kediri	11,35	11,37	0,15	53,06	91,01
7. Malang	16,25	14,57	0,09	56,25	95,25
8. Lumajang	21,19	16,27	0,16	38,36	89,32
9. Jember	22,83	15,94	0,11	63,92	69,78
10. Banyuwangi	17,76	13,56	0,08	40,98	82,58
11. Bondowoso	29,18	19,56	0,15	19,07	86,92
12. Situbondo	28,00	15,76	0,18	17,14	76,99
13. Probolinggo	25,70	17,41	0,11	22,90	78,52
14. Pasuruan	17,62	15,79	0,17	41,98	85,86
15. Sidoarjo	5,84	6,04	0,22	59,81	97,39
16. Mojokerto	13,57	11,03	0,14	45,18	81,16
17. Jombang	12,86	10,00	0,14	51,42	85,79
18. Nganjuk	13,66	13,26	0,09	35,78	78,98
19. Madiun	13,28	12,51	0,15	46,05	88,82
20. Magetan	14,28	13,05	0,14	59,34	90,39
21. Ngawi	15,10	13,91	0,15	40,51	90,58
22.Bojonegoro	21,39	16,07	0,13	55,49	87,59
23. Tuban	18,69	14,94	0,11	58,84	89,61
24. Lamongan	18,87	10,30	0,12	59,27	95,40
25. Gresik	11,44	9,73	0,07	66,54	82,56
26. Bangkalan	15,16	14,25	0,06	56,69	93,20
27. Sampang	22,92	14,29	0,07	23,98	79,98
28. Pamekasan	20,42	14,42	0,10	21,13	87,93
29. Sumenep	25,17	16,50	0,13	55,00	86,84
30. Kota Kediri	5,22	7,75	0,45	52,49	100,00
31. Kota Blitar	8,30	5,35	1,50	38,65	71,42
32. Kota Malang	7,71	6,57	0,15	37,09	90,32
33. Kota Probolinggo	11,46	8,93	0,23	57,46	93,30
34. Kota Pasuruan	9,25	9,12	0,34	39,65	98,88
35. Kota Mojokerto	6,10	6,03	0,69	55,16	92,23
36. Kota Madiun	6,23	3,74	3,12	65,48	97,73
37. Kota Surabaya	7,05	7,46	0,21	67,32	98,11
38. Kota Batu	13,01	9,54	0,25	22,42	90,22

Lampiran 2. Statistika Deskriptif

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Y1	38	23.00	420.00	152.4474	98.95910
Y2	38	1.00	49.00	16.8947	11.23409
X1	38	81.53	100.00	91.8776	4.96538
X2	38	67.60	99.14	84.7568	6.73552
X3	38	60.81	100.00	86.6013	10.89614
X4	38	5.22	29.18	15.0855	6.32321
X5	38	3.74	19.56	12.2413	3.85280
X6	38	.06	3.12	.2787	.53290
X7	38	17.14	67.32	45.3371	14.51725
X8	38	69.78	100.00	87.5705	7.19849

Lampiran 3. Analisis Korelasi dan Nilai VIF

a. Analisis Korelasi

Correlations

		Y1	Y2
Y1	Pearson Correlation	1	.740**
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	38	38
Y2	Pearson Correlation	.740**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	38	38

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Korelasi Antar Variabel

b. Nilai VIF

Coefficients[a]

Model		Collinearity Statistics	
		Tolerance	VIF
1	X1	.213	4.691
	X2	.734	1.363
	X3	.866	1.154
	X4	.231	4.325
	X5	.209	4.788
	X6	.598	1.672
	X7	.718	1.393
	X8	.166	6.029

a. Dependent Variable: Y1

Lampiran 4. Korelasi Antar Variabel

Correlations

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
X1	Pearson Correlation	1	.385*	-.037	-.284	-.245	.110	.343*	.867**
	Sig. (2-tailed)		.017	.824	.084	.139	.510	.035	.000
	N	38	38	38	38	38	38	38	38
X2	Pearson Correlation	.385*	1	.043	-.186	-.187	.150	.254	.475**
	Sig. (2-tailed)	.017		.798	.263	.260	.370	.123	.003
	N	38	38	38	38	38	38	38	38
X3	Pearson Correlation	-.037	.043	1	.050	-.004	.242	-.084	-.129
	Sig. (2-tailed)	.824	.798		.767	.982	.143	.615	.441
	N	38	38	38	38	38	38	38	38
X4	Pearson Correlation	-.284	-.186	.050	1	.850**	-.381*	-.455**	-.463**
	Sig. (2-tailed)	.084	.263	.767		.000	.018	.004	.003
	N	38	38	38	38	38	38	38	38
X5	Pearson Correlation	-.245	-.187	-.004	.850**	1	-.557**	-.368*	-.415**
	Sig. (2-tailed)	.139	.260	.982	.000		.000	.023	.010
	N	38	38	38	38	38	38	38	38
X6	Pearson Correlation	.110	.150	.242	-.381*	-.557**	1	.198	.146
	Sig. (2-tailed)	.510	.370	.143	.018	.000		.234	.382
	N	38	38	38	38	38	38	38	38
X7	Pearson Correlation	.343*	.254	-.084	-.455**	-.368*	.198	1	.365*
	Sig. (2-tailed)	.035	.123	.615	.004	.023	.234		.024
	N	38	38	38	38	38	38	38	38
X8	Pearson Correlation	.867**	.475**	-.129	-.463**	-.415**	.146	.365*	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.003	.441	.003	.010	.382	.024	
	N	38	38	38	38	38	38	38	38

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Lampiran 5. Lintang dan Bujur masing-masing Kabupaten/Kota

Kab/kota	u	v
Pacitan	7,36	111,53
Ponorogo	7,24	111,26
Trenggalek	7,12	113,15
Tulungagung	7	113,51
Blitar	8,02	111,42
Kediri	8,16	113,32
Malang	7,47	112,74
Lumajang	7,54	113,49
Jember	7,59	112,37
Banyuwangi	7,52	111,57
Bondowoso	8,03	112
Situbondo	7,09	112,24
Probolinggo	7,09	111,53
Pasuruan	7,39	111,19
Sidoarjo	7,07	112,24
Mojokerto	7,27	113,42
Jombang	8,08	113,13
Nganjuk	7,32	112,28
Madiun	7,43	113,56
Magetan	7,57	112,92
Ngawi	7,32	112,13
Bojonegoro	8,03	111,53
Tuban	7,1	113,28
Lamongan	8,1	114,21
Gresik	7,47	112,03
Bangkalan	8,11	111,06
Sampang	6,52	112,01
Pamekasan	7,34	111,26
Sumenep	7,02	112,44
Kota Kediri	7,58	112,38
Kota Blitar	8,04	112,09
Kota Malang	7,38	112,54
Kota Probolinggo	7,14	112,44
Kota Pasuruan	7,37	111,3
Kota Mojokerto	7,28	112,25
Kota Madiun	7,45	113,12
Kota Surabaya	7,51	112,31
Kota Batu	7,49	112

Lampiran 6. Pengujian Aspek Spasial

1. Pengujian Heterogenitas

```
x1=data1[,4]
x2=data1[,5]
x3=data1[,6]
x4=data1[,7]
x5=data1[,8]
x6=data1[,9]
x7=data1[,10]
x8=data1[,11]
data1=read.csv("D://dataa.csv", header=TRUE)
library(lmtest)
depen=lm(y1y2~x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8)
bptest(depen)
Hasil :
BP = 17.146, df = 8, P-value = 0.02862
```

2. Pengujian Independensi

```
data1=read.csv("D://dataaa.csv", header=TRUE)
library(ape)
data1.dists=as.matrix(dist(cbind(data1$u,data1$v)))
data1.dists.inv=1/data1.dists
diag(data1.dists.inv)=0
Moran.I(data1$Y1data1$Y2, data1.dists.inv)
Hasil :
Observed = -0,093   Expected = -0.027  P-value = 0.186
```

Lampiran 7. Bandwidth di Tiap Kabupaten/Kota

```
 [1] 1.2606477 1.5443645 1.4490836 1.7763218 1.5770106 1.5967267
 [7] 1.1775328 1.6232919 1.0936503 1.2141110 1.1087225 1.0524850
[13] 1.3166751 1.5968815 1.0541328 1.6002978 1.4071103 1.0260318
[19] 1.7015559 1.3601476 0.9973934 1.4929321 1.5322007 2.3855611
[25] 0.9837085 1.8724374 1.5129218 1.5312070 1.1766884 1.0888106
[31] 1.1203749 1.0261433 1.1315856 1.4886586 1.0410865 1.3119339
[37] 1.0389159 1.0061077
```

Lampiran 8. Jarak Euclidean Antar Wilayah

Kab/Kota	1	2	3	4	…	36	37	38
1	0	0.295	1.638	2.012	…	1.593	0.794	0.488
2	0.295	0	1.894	2.263	…	1.872	1.084	0.781
3	1.638	1.894	0	0.379	…	0.331	0.926	1.208
4	2.012	2.263	0.379	0	…	0.595	1.304	1.588
5	0.669	0.796	1.950	2.326	…	1.793	1.026	0.786
6	1.961	2.256	1.054	1.175	…	0.738	1.201	1.480
7	1.215	1.498	0.539	0.902	…	0.381	0.432	0.740
8	1.968	2.250	0.540	0.540	…	0.381	1.180	1.491
9	0.871	1.164	0.911	1.284	…	0.763	0.100	0.383
10	0.165	0.418	1.630	2.008	…	1.552	0.740	0.431
…	…	…	…	…	…	…	…	…
29	0.971	1.200	0.717	1.070	…	0.805	0.507	0.644
30	0.878	1.170	0.897	1.270	…	0.751	0.099	0.391
31	0.881	1.153	1.404	1.760	…	1.187	0.574	0.557
32	1.010	1.288	0.663	1.042	…	0.584	0.264	0.551
33	0.936	1.184	0.710	1.079	…	0.747	0.392	0.562
34	0.230	0.136	1.867	2.241	…	1.822	1.020	0.710
35	0.724	0.991	0.914	1.291	…	0.886	0.238	0.326
36	1.593	1.872	0.331	0.595	…	0	0.812	1.121
37	0.794	1.084	0.926	1.304	…	0.812	0	0.311
38	0.488	0.781	1.208	1.588	…	1.121	0.311	0

Lampiran 9. Matriks Pembobot Geografis

Kab/Kota	1	2	3	4	…	36	37	38
1	1	0.893	0	0	…	0	0.364	0.723
2	0.928	1	0	0	…	0	0.257	0.554
3	0	0.000	1	0.868	…	0.898	0.350	0.093
4	0	0.000	0.911	1	…	0.788	0.213	0.041
5	0.672	0.555	0	0	…	0.000	0.333	0.565
6	0	0	0.319	0.210	…	0.619	0.189	0.020
7	0	0	0.625	0.171	…	0.802	0.749	0.366
8	0	0	0.791	0.791	…	0.893	0.222	0.025
9	0.134	0	0.094	0	…	0.264	0.983	0.769
10	0.963	0.777	0	0	…	0	0.395	0.764
…	…	…	…	…	…	…	…	…
29	0.101	0	0.395	0.030	…	0.283	0.663	0.490
30	0.122	0	0.103	0	…	0.274	0.983	0.759
31	0.146	0	0	0	…	0	0.544	0.566
32	0.001	0	0.339	0	…	0.456	0.871	0.506
33	0.100	0	0.367	0.008	…	0.317	0.774	0.567
34	0.953	0.983	0	0	…	0	0.281	0.596
35	0.266	0.009	0.052	0	…	0.075	0.898	0.812
36	0	0	0.876	0.630	…	1	0.380	0.073
37	0.173	0	0.042	0	…	0.151	1	0.829
38	0.585	0.158	0	0	…	0	0.818	1

Lampiran 11. Nilai Z hitung (Untuk Variabel Respon Kematian Bayi)

Kab	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
1	10.133	0.998	-3.860	0.313	1.980	-2.902	-2.998	1.382	-1.006
2	5.370	-1.171	-1.409	0.030	-0.179	-0.087	-1.854	0.923	0.518
3	13.819	0.349	-0.566	-0.247	-0.402	-0.415	-0.816	-0.474	-0.070
4	21.624	-0.165	1.905	-1.325	0.408	-1.289	-1.406	-4.783	-0.597
5	25.510	1.423	1.029	-0.734	-1.428	0.784	-2.782	0.020	-2.682
6	7.122	2.040	0.716	-1.652	0.105	-2.609	-2.145	-3.420	-4.172
7	9.159	-0.093	0.233	-1.558	-0.848	-0.506	-1.616	-2.447	-0.932
8	7.917	0.509	1.017	-0.686	1.108	-1.135	-2.146	-0.989	-0.250
9	9.746	-1.037	2.992	-1.570	-1.696	0.726	-2.247	-0.693	-1.349
10	13.334	0.755	-0.354	1.376	-1.430	-0.732	-0.815	-2.412	-1.887
11	1.967	-0.618	-0.123	0.400	0.638	-0.377	-0.445	-0.127	0.986
12	10.823	-4.628	1.033	-2.564	-2.288	2.278	-0.698	-0.988	-1.040
13	4.834	0.782	0.019	0.434	-1.767	0.759	-0.117	-1.073	-0.987
14	7.345	0.967	-0.755	0.104	-0.821	0.400	-1.218	0.159	-1.078
15	11.347	0.857	-0.119	-0.040	-0.182	-0.562	-2.099	2.234	-2.117
16	5.295	-0.267	1.621	0.181	-1.078	-0.335	-17.123	0.209	-0.552
17	11.157	0.172	1.262	0.171	-2.007	0.521	-1.507	0.208	-1.397
18	15.424	1.345	2.097	-0.286	-0.424	-0.746	-3.244	-1.352	-6.499
19	8.904	1.317	2.517	-0.681	-1.884	-0.892	-0.345	-0.701	-2.443
20	13.596	1.526	1.293	-2.297	-0.719	-0.604	-2.699	0.502	-3.165
21	6.244	0.260	-0.349	0.465	1.068	-2.754	-0.853	-0.163	-0.685
22	11.904	-0.114	-0.255	-0.928	-0.322	0.110	-0.897	-0.245	-0.098
23	23.341	1.649	0.202	-27.334	-1.355	-0.518	-0.720	-4.617	-1.174
24	8.779	0.462	-0.036	-2.336	0.049	-5.731	-3.044	-7.805	-0.187
25	15.813	-1.073	3.393	-2.020	-1.090	0.201	-1.068	-1.699	-0.437
26	21.781	-0.692	2.759	1.596	-3.997	6.458	-0.456	-0.259	-0.254
27	2.168	0.148	-0.402	0.533	0.035	-1.310	-0.045	-0.744	-0.614
28	5.143	1.222	0.191	-1.983	-0.725	-1.609	-1.126	-3.093	-1.302
29	11.139	0.145	0.600	-1.601	0.733	-7.957	-2.700	-2.994	-0.689
30	11.300	1.170	-1.555	1.944	-0.321	-0.057	-1.870	0.987	-0.952
31	26.016	0.373	-0.652	-0.400	-0.282	0.110	-0.233	0.013	-0.224
32	17.312	-0.497	1.141	-4.565	-0.520	-0.674	0.079	-2.268	-0.443
33	8.436	0.095	-1.218	-0.994	-0.924	-0.425	-1.702	-0.612	-0.853
34	6.928	0.519	2.272	-0.832	-4.229	4.316	-0.809	-7.853	-1.711
35	11.316	0.496	0.128	-0.413	0.605	-4.559	-3.292	-5.512	-0.867
36	1.129	-0.507	-0.344	0.583	-0.665	-0.528	-0.639	1.352	-0.349
37	8.543	-0.203	0.317	-1.348	0.193	-2.005	-1.366	-0.313	-1.420
38	6.027	-0.062	-0.890	2.267	-0.821	-0.187	-1.185	-1.797	-0.083

Lampiran 11. Nilai Z hitung (Untuk Variabel Respon Kematian Ibu)

Kab	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
1	4.146	0.643	-3.277	0.430	2.162	-2.919	-3.858	1.679	-0.572
2	1.940	-1.514	-1.266	0.062	-0.009	-0.173	-2.199	1.204	0.821
3	10.126	0.330	-0.591	-0.229	-0.375	-0.430	-0.865	-0.478	-0.008
4	13.420	-0.211	1.764	-1.257	0.346	-1.227	-1.402	-4.858	-0.471
5	4.645	-0.152	1.268	-0.054	-0.686	0.479	-2.687	0.912	-1.046
6	4.733	2.533	0.638	-1.931	-0.070	-2.634	-2.255	-3.099	-4.200
7	6.212	-0.025	0.192	-1.367	-0.626	-0.644	-2.149	-2.231	-0.800
8	3.888	0.289	0.764	-0.677	0.670	-0.594	-1.425	-1.118	0.089
9	3.293	-0.627	3.147	-0.967	-1.333	0.394	-2.909	-0.258	-1.479
10	6.740	0.421	-0.163	1.468	-1.228	-0.803	-0.928	-2.127	-1.611
11	0.991	-0.670	0.041	0.530	0.735	-0.430	-0.606	-0.070	1.164
12	6.448	-5.809	0.944	-2.127	-2.161	2.207	-2.297	-0.706	-0.260
13	1.975	0.470	0.178	0.400	-1.521	0.705	-0.624	-0.709	-0.651
14	3.222	0.690	-0.488	0.168	-0.617	0.339	-1.574	0.407	-0.815
15	0.529	-0.045	-0.310	-0.023	0.008	-0.614	-3.706	2.633	-1.037
16	3.505	-0.349	1.494	0.222	-1.128	-0.294	-26.075	0.175	-0.397
17	3.656	0.667	1.327	-0.005	-2.632	0.751	-1.755	0.344	-1.709
18	5.431	0.946	1.960	0.148	0.187	-0.990	-3.195	-0.634	-3.394
19	4.469	0.936	2.352	-0.644	-1.094	-1.010	-0.516	-0.691	-2.001
20	6.450	2.515	1.035	-1.890	-0.295	-1.130	-3.307	0.958	-3.466
21	2.705	-0.035	-0.379	0.630	1.278	-2.641	-0.952	0.212	-0.311
22	8.068	-0.263	-0.259	-0.858	-0.272	0.084	-1.186	-0.168	0.062
23	14.412	1.381	0.086	-18.606	-1.458	-0.396	-0.684	-4.500	-0.861
24	5.457	0.432	-0.297	-2.993	-0.127	-3.917	-2.800	-5.145	0.177
25	9.655	-1.568	2.949	-1.728	-0.911	0.175	-1.624	-1.438	0.262
26	3.822	-1.188	2.932	2.142	-3.702	4.841	-2.102	-0.016	0.180
27	1.218	-0.022	-0.419	0.669	0.303	-1.410	-0.060	-0.546	-0.429
28	-0.515	0.446	0.057	-1.513	-0.787	-0.791	-2.261	-2.538	-0.452
29	6.305	0.317	0.587	-1.292	1.697	-7.448	-2.160	-2.420	-0.436
30	4.792	0.076	-2.152	2.149	-0.195	0.105	-2.433	2.280	0.842
31	19.736	0.257	-0.627	-0.376	-0.250	0.108	-0.237	0.164	-0.054
32	9.387	0.222	1.077	-2.932	0.360	-1.320	-0.092	-1.848	-0.728
33	3.235	-0.038	-1.523	-0.510	-0.353	-0.753	-2.556	-0.042	-0.400
34	0.907	0.011	2.273	-0.433	-4.133	3.786	-2.359	-6.344	-1.086
35	7.260	0.453	0.097	-0.252	0.834	-4.606	-2.820	-5.010	-0.714
36	0.788	-0.689	-0.379	0.608	-0.681	-0.454	-0.573	1.382	-0.179
37	5.051	-0.501	0.068	-1.056	0.391	-2.041	-1.983	-0.084	-0.848
38	2.061	-0.628	-1.022	2.445	-0.623	-0.266	-2.325	-1.397	0.582

Lampiran 12. Koefisien Parameter (Untuk Variabel Respon Kematian Bayi)

Kab	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
1	5.113	1.182	-1.294	0.152	2.086	-2.239	-3.169	1.040	-1.315
2	3.905	-1.315	-1.737	0.027	-0.378	-0.173	-3.512	0.773	0.764
3	7.814	0.822	-2.307	-0.493	-1.866	-2.628	-1.641	-0.950	-0.285
4	6.031	-0.311	2.154	-1.003	0.747	-3.177	-1.313	-2.237	-1.409
5	4.425	0.675	0.178	-0.113	-0.854	0.413	-1.514	0.006	-1.547
6	6.356	1.600	1.333	-1.174	0.167	-3.623	-1.315	-1.632	-3.866
7	6.981	-0.093	0.693	-1.699	-2.123	-1.382	-0.981	-2.018	-2.220
8	4.198	0.631	0.918	-0.420	2.121	-2.170	-1.148	-0.781	-0.410
9	4.705	-1.113	1.968	-0.643	-2.011	0.804	-0.885	-0.330	-1.205
10	4.983	0.857	-0.268	0.668	-1.770	-1.046	-2.941	-1.699	-2.868
11	5.061	-2.254	-0.069	0.522	0.785	-1.540	-3.133	-0.190	1.325
12	5.633	-2.569	0.911	-1.207	-5.819	4.075	-0.240	-0.826	-0.882
13	4.565	0.945	0.016	0.221	-1.864	0.963	-0.431	-0.655	-1.479
14	4.479	1.249	-0.552	0.053	-1.000	0.536	-1.908	0.130	-1.633
15	3.512	0.726	-0.057	-0.024	-0.201	-0.642	-1.135	1.225	-2.240
16	6.501	-1.062	2.751	0.418	-2.520	-1.646	-2.673	0.436	-2.422
17	3.628	0.176	1.145	0.151	-1.881	0.842	-0.687	0.211	-1.856
18	4.683	1.167	0.945	-0.113	-0.302	-0.673	-1.036	-0.416	-2.067
19	4.513	1.267	2.383	-0.376	-0.981	-1.212	-0.397	-0.500	-4.162
20	4.809	0.667	0.707	-1.220	-0.573	-0.564	-0.658	0.273	-2.233
21	4.030	0.343	-0.348	0.348	0.916	-2.520	-2.341	-0.106	-1.106
22	6.669	-0.405	-0.709	-1.859	-1.773	0.629	-3.388	-0.726	-0.412
23	5.985	1.624	0.449	-2.311	-2.110	-1.224	-0.554	-1.960	-2.178
24	5.448	0.376	-0.056	-0.628	0.056	-1.805	-1.094	-0.639	-0.278
25	5.209	-0.916	0.801	-0.645	-1.276	0.279	-1.392	-1.379	-0.397
26	5.272	-0.955	0.942	0.499	-3.345	2.214	-0.914	-0.266	-0.465
27	5.027	0.316	-0.603	0.668	0.050	-2.394	-0.304	-0.667	-1.868
28	2.596	1.035	0.091	-0.666	-0.458	-0.751	-1.475	-1.676	-1.453
29	5.024	0.062	0.503	-1.347	0.432	-1.918	-0.770	-0.864	-0.690
30	4.302	1.045	-0.874	1.105	-0.396	-0.068	-0.722	0.290	-0.713
31	6.760	0.886	-1.742	-1.175	-1.471	0.619	-1.305	0.019	-0.528
32	5.282	-0.665	1.074	-1.703	-0.684	-0.989	0.125	-0.964	-0.670
33	4.618	0.108	-0.591	-0.572	-1.065	-0.546	-0.612	-0.277	-1.142
34	3.624	0.416	0.790	-0.245	-3.554	2.009	-1.300	-1.826	-1.574
35	6.115	0.957	0.243	-0.623	0.973	-3.321	-1.421	-2.171	-2.126
36	6.926	-1.707	-1.601	2.266	-0.519	-2.977	-2.228	3.045	-1.790
37	5.525	-0.347	0.273	-0.859	0.272	-2.015	-0.699	-0.337	-2.110
38	4.436	-0.079	-1.010	1.193	-1.242	-0.331	-2.594	-1.172	-0.131

Lampiran 12. Koefisien Parameter (Untuk Variabel Respon Kematian Ibu)

Kab	θ	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
1	2.341	0.770	-1.178	0.211	2.301	-2.295	-5.551	1.274	-0.762
2	1.471	-1.722	-1.568	0.056	-0.019	-0.345	-4.560	1.017	1.228
3	5.668	0.779	-2.407	-0.456	-1.740	-2.719	-1.742	-0.960	-0.032
4	3.905	-0.399	2.006	-0.958	0.637	-3.036	-1.323	-2.223	-1.118
5	1.635	-0.081	0.290	-0.009	-0.431	0.270	-3.304	0.293	-0.677
6	4.189	2.084	1.189	-1.393	-0.113	-3.721	-1.426	-1.543	-4.093
7	4.700	-0.026	0.572	-1.494	-1.573	-1.762	-1.409	-1.847	-1.910
8	2.090	0.363	0.697	-0.419	1.293	-1.144	-0.776	-0.892	0.148
9	1.802	-0.692	2.108	-0.407	-1.611	0.447	-3.154	-0.124	-1.389
10	2.692	0.484	-0.125	0.720	-1.531	-1.154	-3.380	-1.512	-2.477
11	2.535	-2.438	0.025	0.689	0.926	-1.752	-4.255	-0.105	1.531
12	2.882	-2.897	0.839	-1.026	-5.482	3.924	-2.632	-0.592	-0.232
13	1.927	0.574	0.155	0.205	-1.623	0.901	-2.370	-0.437	-0.990
14	2.074	0.902	-0.363	0.087	-0.758	0.458	-2.766	0.336	-1.252
15	0.249	-0.040	-0.154	-0.014	0.009	-0.713	-5.638	1.456	-1.145
16	4.293	-1.388	2.542	0.511	-2.647	-1.446	-2.825	0.365	-1.743
17	1.296	0.704	1.218	-0.004	-2.686	1.243	-0.878	0.351	-2.337
18	2.037	0.859	0.856	0.060	0.138	-0.919	-3.068	-0.190	-1.423
19	2.301	0.915	2.246	-0.361	-0.604	-1.386	-0.601	-0.497	-3.442
20	2.360	1.161	0.575	-1.016	-0.246	-1.086	-0.972	0.526	-2.536
21	1.781	-0.047	-0.381	0.476	1.117	-2.466	-2.659	0.140	-0.507
22	4.188	-0.941	-0.721	-1.719	-1.500	0.480	-4.575	-0.499	0.262
23	3.873	1.378	0.191	-2.245	-2.291	-0.939	-0.534	-1.956	-1.611
24	3.332	0.371	-0.459	-0.699	-0.147	-1.654	-1.235	-0.696	0.272
25	2.813	-1.378	0.772	-0.570	-1.076	0.246	-2.349	-1.162	0.246
26	1.913	-1.674	1.125	0.700	-2.990	1.973	-5.258	-0.017	0.336
27	2.830	-0.048	-0.632	0.841	0.433	-2.596	-0.410	-0.492	-1.309
28	-0.298	0.391	0.028	-0.520	-0.514	-0.386	-3.804	-1.407	-0.521
29	2.562	0.150	0.496	-1.079	1.057	-2.358	-1.810	-0.677	-0.448
30	1.962	0.071	-1.240	1.238	-0.243	0.129	-1.786	0.692	0.666
31	4.533	0.613	-1.680	-1.105	-1.307	0.611	-1.328	0.226	-0.127
32	2.982	0.300	1.019	-1.134	0.482	-1.964	-0.146	-0.795	-1.108
33	1.938	-0.044	-0.760	-0.298	-0.413	-0.980	-2.682	-0.019	-0.545
34	0.543	0.009	0.851	-0.131	-3.398	1.868	-4.559	-1.616	-1.042
35	3.798	0.880	0.184	-0.381	1.350	-3.486	-1.927	-1.945	-1.756
36	4.831	-2.314	-1.762	2.364	-0.551	-2.553	-1.995	3.110	-0.919
37	3.197	-0.866	0.059	-0.682	0.557	-2.102	-1.487	-0.091	-1.278
38	1.594	-0.813	-1.166	1.299	-0.947	-0.473	-5.560	-0.918	0.933

Lampiran 13. Syntax BNB

```
BNB1=function(respons1,respons2,covariate,b0,b1,t)

{

y1=as.matrix(respons1)

y2=as.matrix(respons2)

n=nrow(y1)

x=as.matrix(cbind(rep(1,n),covariate))

p=ncol(x)

start=c(b0,rep(b1,(p-1)),t,b0,rep(b1,(p-1)))

A=matrix(nrow=1,ncol=1)

param=matrix(nrow=2*p+1,ncol=1)

signif=matrix(nrow=2*p+1,ncol=1)

      Q=function(param)

      {

      be1=as.matrix(param[1:p])

      miyu1=exp(x%*%be1)

      be2=as.matrix(param[(p+2):(2*p+1)])

      miyu2=exp(x%*%be2)

      t=param[(p+1)]

            for(i in 1:n)

            {

            A[i]=lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(miyu1[i]))+

                  (y2[i]*log(miyu2[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+miyu1[i]+miyu2[i])

            }
```

Lampiran 13. Lanjutan

```
      Q=sum(A)

      }

fit=optim(start,Q,control = list(fnscale = -1,maxit =
10000),hessian=TRUE)

parameter=as.matrix(fit$par)

hes=fit$hessian

inv=diag(solve(-hes))

se=as.matrix(sqrt(abs(inv)))

z=parameter/se

pv=pnorm(abs(z),lower.tail=FALSE)

      for(j in 1:2*p+1)

            {

            if (pv[j]<0.01) signif[j]="***" else if (pv[j]<0.05)
signif[j]=" **" else if (pv[j]<0.1) signif[j]="  *" else
signif[j]="..."

            }

b1=parameter[1:p]

t1=parameter[p+1]

b2=parameter[(p+2):(2*p+1)]

mu11=exp(x%*%b1)

mu21=exp(x%*%b2)

mu10=exp(matrix(rep(1,n))%*%b1[1])

mu20=exp(matrix(rep(1,n))%*%b2[1])

Q0=matrix(nrow=1,ncol=n)
```

Lampiran 13. Lanjutan

```
Q1=matrix(nrow=1,ncol=n)

Q=matrix(nrow=1,ncol=n)

for(i in 1:n)

{

Q0[i]=lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-lgamma(y1[i]+1)-
lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(mu10[i]))+

                  (y2[i]*log(mu20[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+mu10[i]+mu20[i])

Q1[i]=lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-lgamma(y1[i]+1)-
lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(mu11[i]))+

                  (y2[i]*log(mu21[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+mu11[i]+mu21[i])

}

Q0

Q1

L0=sum(Q0)

L1=sum(Q1)

LR=-2*(L0-L1)

AIC=-2*L1+2*(nrow(param))

Loglike=t(rbind(Q1,Q0))

list(data.frame(Parameter1=round(parameter[1:(p+1)],digit=4),SE=
round(se[1:(p+1)],digit=4),Zscore=round(z[1:(p+1)],digit=4),Pval
ue=round(pv[1:
      (p+1)],digit=4)),data.frame(Parameter2=round(parameter[(p+
2):(2*p+1)],digit=4),SE=round(se[(p+2):(2*p+1)],digit=4),Zscore=
round(z[(p+2):(2*p+1)],digit=4),Pvalue=round(pv[(p+2):(2*p+1)],d
igit=4)),tao=t1,se.tao=round(se[(p+1)],digit=4),Z.tao=round(z[(p
+1)],digit=4),P.tao=pv[(p+1)],

LR=LR,AIC=AIC,Loglike=Loglike )}
```

Lampiran 14. Syntax GWNBBR

```
GWBNB2=function(respons1,respons2,covariate,b0,b1,t,pembobot)
{
y1=as.matrix(respons1)
y2=as.matrix(respons2)
w=pembobot
n=nrow(y1)
x=as.matrix(cbind(rep(1,n),covariate))
p=ncol(x)
start=c(b0,rep(b1,(p-1)),t,b0,rep(b1,(p-1)))
A=matrix(nrow=1,ncol=1)
Hasil=matrix(nrow=2*p+1,ncol=n)
z=matrix(nrow=2*p+1,ncol=n)
se=matrix(nrow=2*p+1,ncol=n)
pv=matrix(nrow=2*p+1,ncol=n)
param=matrix(nrow=2*p+1,ncol=n)
signif=matrix(nrow=2*p+1,ncol=n)
for(l in 1:n)
{
      Q=function(param)
      {
      be1=as.matrix(param[(1:p)])
      miyu1=exp(x%*%be1)
      be2=as.matrix(param[(p+2):(2*p+1)])
      miyu2=exp(x%*%be2)
```

Lampiran 14. Lanjutan

```
t=param[(p+1)]
            for(i in 1:n)
            {
            A[i]=( lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(miyu1[i]))+
                  (y2[i]*log(miyu2[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+miyu1[i]+miyu2[i]) )*w[l,i]
            }
            Q=sum(A)
      }
fit=optim(start,Q,control = list(fnscale = -1,maxit =
10000),hessian=TRUE)
parameter=as.matrix(fit$par)
hes=fit$hessian
inv=diag(solve(-hes))
Hasil[,l]=parameter
se[,l]=as.matrix(sqrt(abs(inv)))
z[,l]=Hasil[,l]/se[,l]
pv[,l]=pnorm(abs(z[,l]),lower.tail=FALSE)
      for(j in 1:2*p+1)
            {
            if (pv[j,l]<0.01) signif[j,l]="***" else if
(pv[j,l]<0.05) signif[j,l]=" **" else if (pv[j,l]<0.1)
signif[j,l]="  *" else signif[j,l]="..."
            }
}
```

Lampiran 14. Lanjutan

```
b1=Hasil[1:p,]

t=Hasil[(p+1),]

b2=Hasil[(p+2):(2*p+1),]

mu11=matrix(nrow=n,ncol=1)

mu21=matrix(nrow=n,ncol=1)

mu10=matrix(nrow=n,ncol=1)

mu20=matrix(nrow=n,ncol=1)

Q0=matrix(nrow=1,ncol=n)

Q1=matrix(nrow=1,ncol=n)

for(i in 1:n)

{

mu11[i]=exp(x[i,]%*%b1[,i])

mu21[i]=exp(x[i,]%*%b2[,i])

mu10[i]=exp(b1[1,i])

mu20[i]=exp(b2[1,i])

Q0[i]=lgamma(t[i]^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t[i]^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(mu10[i]))+

                  (y2[i]*log(mu20[i]))-t[i]^(-1)*log(t[i])-
(t[i]^(-1)+y1[i]+y2[i])*log(t[i]^(-1)+mu10[i]+mu20[i])



Q1[i]=lgamma(t[i]^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t[i]^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(mu11[i]))+

                  (y2[i]*log(mu21[i]))-t[i]^(-1)*log(t[i])-
(t[i]^(-1)+y1[i]+y2[i])*log(t[i]^(-1)+mu11[i]+mu21[i])

}
```

Lampiran 14. Lanjutan

```
MU=cbind(mu11,mu21)

L0=sum(Q0)

L1=sum(Q1)

Loglike=t(rbind(Q1,Q0))

LR=-2*(L0-L1)

AIC=2*L1+2*(nrow(param))

write.matrix(Hasil,file="D://Output//GWBNBR1_Parameter.txt",sep=
";")

write.matrix(se,file="D://Output//GWBNBR1_SE.txt",sep=";")

write.matrix(z,file="D://Output//GWBNBR1_Z.txt",sep=";")

write.matrix(pv,file="D://Output//GWBNBR1_Pval.txt",sep=";")

write.matrix(Loglike,file="D://Output//GWBNBR1_Loglikehood.txt",
sep=";")

write.matrix(LR,file="D://Output//GWBNBR1_LR.txt",sep=";")

write.matrix(AIC,file="D://Output//GWBNBR1_AIC.txt",sep=";")

write.matrix(MU,file="D://Output//GWBNBR1_MU.txt",sep=";")



list(Parameter1=round(Hasil[1:p,],digit=4),SE=round(se[1:p,],dig
it=4),Zscore=round(z[1:p,],digit=4),Pvalue=round(pv[1:
      p,],digit=4),Parameter2=round(Hasil[(p+2):(2*p+1),],digit=
4),SE=round(se[(p+2):(2*p+1),],digit=4),Zscore=round(z[(p+2):(2*
p+1)],digit=4),Pvalue=round(pv[(p+2):(2*p+1),],digit=4),tao=t,se
.tao=round(se[(p+1),],digit=4),Z.tao=round(z[(p+1),],digit=4),P.
tao=pv[(p+1),],

LR=LR,AIC=AIC )

}
```

Lampiran 15. GWNBBR Himpunan di bawah H_0

```
GWBNB0=function(respons1,respons2,b0,init.t,pembobot,lokasi)
{
y1=as.matrix(respons1)
y2=as.matrix(respons2)
w=as.matrix(pembobot)
n=nrow(y1)
start=c(b0,init.t,b0)
A=matrix(nrow=1,ncol=1)
Hasil=matrix(nrow=3,ncol=n)
z=matrix(nrow=3,ncol=n)
se=matrix(nrow=3,ncol=n)
pv=matrix(nrow=3,ncol=n)
param=matrix(nrow=3,ncol=1)
signif=matrix(nrow=3,ncol=n)
      Q=function(param)
      {
      be1=param[1]
      miyu1=rep(exp(be1),n)
      be2=param[3]
      miyu2=rep(exp(be2),n)
      t=param[2]
            for(i in 1:n)
            {
            A[i]=( lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(miyu1[i]))+
```

Lampiran 15. Lanjutan

```
                  (y2[i]*log(miyu2[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+miyu1[i]+miyu2[i]) )*w[lokasi,i]

            }

            Q=sum(A)

      }

fit=optim(start,Q,control = list(fnscale = -1,maxit =
10000),hessian=TRUE)

parameter=as.matrix(fit$par)

hes=fit$hessian

inv=diag(solve(-hes))

b1=parameter[1]

b2=parameter[3]

t=parameter[2]

mu1=exp(b1)

mu2=exp(b2)

L = ( lgamma(t^(-1)+y1[lokasi]+y2[lokasi])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[lokasi]+1)-lgamma(y2[lokasi]+1)+(y1[lokasi]*log(mu1))+

                  (y2[lokasi]*log(mu2))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[lokasi]+y2[lokasi])*log(t^(-1)+mu1+mu2) )*w[lokasi,i]

L=L

#hasil[,l]=parameter

#se[,l]=as.matrix(sqrt(abs(inv)))

#z[,l]=hasil[,l]/se[,l]

#pv[,l]=2*pnorm(abs(z[,l]),lower.tail=FALSE)

#}

list(parameter=parameter,init=init.t,Q=L)

}
```

Lampiran 16. BNB Himpunan di bawah H_0

```
BNB0=function(respons1,respons2,b0,t)
{
y1=as.matrix(respons1)
y2=as.matrix(respons2)
n=nrow(y1)

start=c(b0,t,b0)
A=matrix(nrow=1,ncol=1)

param=matrix(nrow=3,ncol=1)
signif=matrix(nrow=3,ncol=n)

      Q=function(param)
      {
      be1=param[1]
      miyu1=rep(exp(be1),n)
      be2=param[3]
      miyu2=rep(exp(be2),n)
      t=param[2]

for(i in 1:n)
            {

            A[i]=( lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(miyu1[i]))+
```

Lampiran 16. Lanjutan

```
      (y2[i]*log(miyu2[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+miyu1[i]+miyu2[i]) )

            }

            Q=sum(A)

      }

fit=optim(start,Q,control = list(fnscale = -1,maxit =
10000),hessian=TRUE)

parameter=as.matrix(fit$par)

conv=fit$convergen

hes=fit$hessian


inv=diag(solve(-hes))

se=as.matrix(sqrt(abs(inv)))

z=parameter/se

pv=pnorm(abs(z),lower.tail=FALSE)

b1=parameter[1]

b2=parameter[3]

ta=parameter[2]


mu11=rep(exp(b1),n)

mu21=rep(exp(b2),n)

Q1=matrix(nrow=1,ncol=n)

D=matrix(nrow=1,ncol=n)

for(i in 1:n)
```

Lampiran 16. Lanjutan

```
{

Q1[i]=( lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(mu11[i]))+

                  (y2[i]*log(mu21[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+mu11[i]+mu21[i]) )



if (y1[i]==0 && y2[i]==0) D[i]=( lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-
lgamma(t^(-1))-lgamma(y1[i]+1)-
lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(mu11[i]))+

                  (y2[i]*log(mu21[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+mu11[i]+mu21[i]) )

else

if (y1[i]==0) D[i]=( lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(mu11[i]))+

                  (y2[i]*log(mu21[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+mu11[i]+mu21[i]) )

else

if (y2[i]==0) D[i]=( lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(mu11[i]))+

                  (y2[i]*log(mu21[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+mu11[i]+mu21librar[i]) )

else

D[i]=( lgamma(t^(-1)+y1[i]+y2[i])-lgamma(t^(-1))-
lgamma(y1[i]+1)-lgamma(y2[i]+1)+(y1[i]*log(y1[i]))+

                  (y2[i]*log(y2[i]))-t^(-1)*log(t)-(t^(-
1)+y1[i]+y2[i])*log(t^(-1)+y1[i]+y2[i]) )

}

D0=sum(D)
```

Lampiran 16. Lanjutan

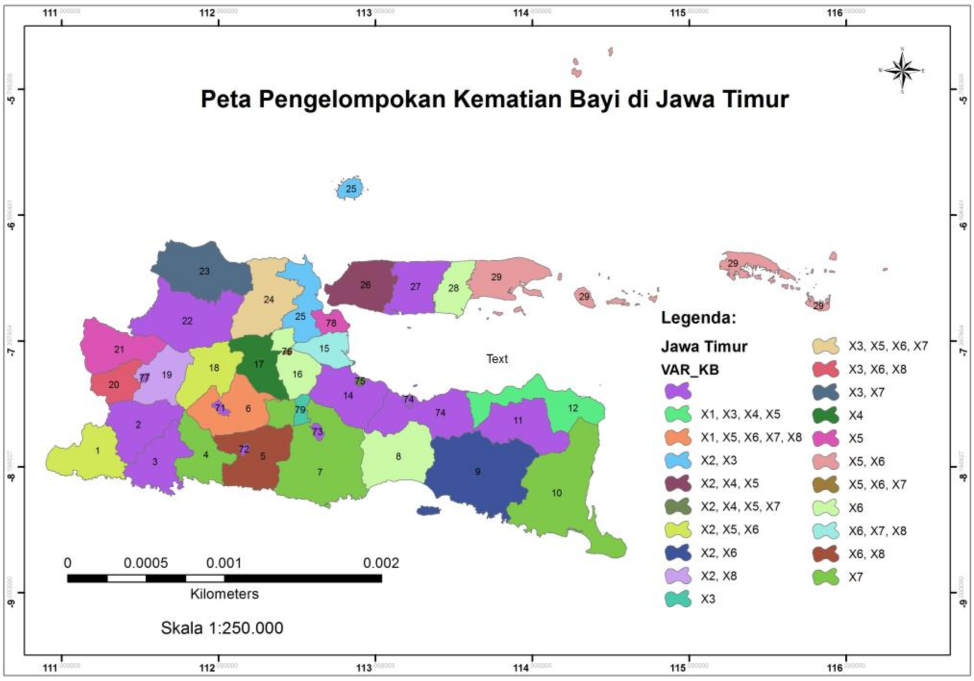
```
L1=sum(Q1)

Dev=2*(D0-L1)




AIC=-2*L1+2*(length(start))



write.matrix(parameter,file="D://Output//BNBR0_Parameter.txt",se
p=";")

write.matrix(se,file="D://Output//BNBR0_SE.txt",sep=";")

write.matrix(z,file="D://Output//BNBR0_Z.txt",sep=";")

write.matrix(pv,file="D://Output//BNBR0_Pval.txt",sep=";")

write.matrix(Q1,file="D://Output//BNBR0_likelihood.txt",sep=";")

write.matrix(AIC,file="D://Output//BNBR0_AIC.txt",sep=";")

write.matrix(Dev,file="D://Output//BNBR0_Deviance.txt",sep=";")



list(konvergensi=conv,data.frame(parameter=round(parameter,digit
=4),SE=round(se,digit=4),z.score=round(z,digit=4),P.value=round

(pv,digit=4)),loglikehood=L1,AIC=AIC,Devariance=Dev)

}
```

Lampiran 17. Syntax Jarak Eulidean, Bandwidth, Pembobot

```
#######Bandwidth########

data1=read.csv("D://dataaa.csv", header=TRUE)

library(spgwr)

bdwtBisquare=ggwr.sel(y1+y2~x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8,data=data1,coo
rds=cbind(data1$u,data1$v),adapt=TRUE,gweight=gwr.bisquare)

GRTGB=ggwr(y1+y2~x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8,data=data1,coords=cbind(d
ata1$u,data1$v),adapt=bdwtBisquare,gweight=gwr.bisquare)

GRTGB$bandwidth


#######pembobot########

data1=read.csv("D://Book1.csv", header=TRUE)

bdwtBisquare=GRTGB$bandwidth

bdwtBisquare=as.matrix(bdwtBisquare)

bdwtBisquare

i<-nrow(bdwtBisquare)

pembobotB<-matrix(nrow=38,ncol=38)

for(i in 1:38)

for(j in 1:38)

{pembobotB[i,j]=(1-(jarak[i,j]/bdwtBisquare[i,])**2)**2

pembobotB[i,j]<-

ifelse(jarak[i,j]<bdwtBisquare[i,],pembobotB[i,j],0)}

write.table(pembobotB,file="D:pembobotB.csv",sep=";")
```

```
######jarak########

data1=read.csv("D://dataaa.csv", header=TRUE)

u=data1[,11]

u<-as.matrix(u)

i<-nrow(u)

v=data1[,12]

v<-as.matrix(v)

j<-nrow(v)

library(fields)

jarak<-matrix(nrow=38,ncol=38)

for(i in 1:38)

for(j in 1:38){jarak[i,j]=sqrt((u[i,]-u[j,])**2+(v[i,]-v[j,])**2)}

write.table(jarak,file="D:/jarak.csv",sep=";")
```

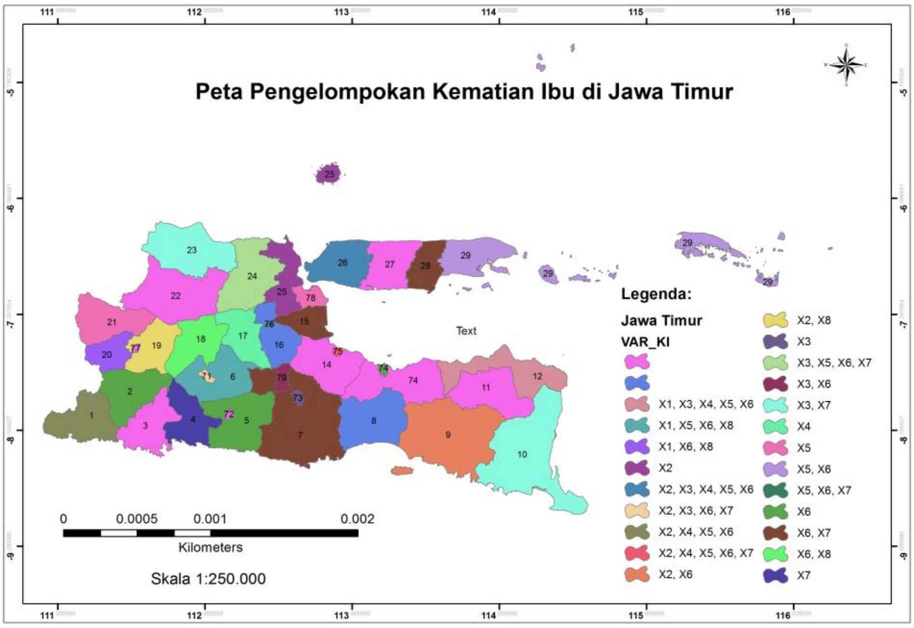
Lampiran 18. Peta Pengelompokan Variabel



Kode	Kab/Kota	Kode	Kab/Kota
1	PACITAN	11	BONDOWOSO
2	PONOROGO	12	SITUBONDO
3	TRENGGALEK	13	PROBOLINGGO
4	TULUNGAGUNG	14	PASURUAN
5	BLITAR	15	SIDOARJO
6	KEDIRI	16	MOJEKERTO
7	MALANG	17	JOMBANG
8	LUMAJANG	18	NGANJUK
9	JEMBER	19	MADIUN
10	BANYUWANGI	20	MAGETAN

Kode	Kab/Kota	Kode	Kab/Kota
21	NGAWI	72	BLITAR
22	BOJONEGORO	73	MALANG
23	TUBAN	74	PROBOLINGGO
24	LAMONGAN	75	PASURUAN
25	GRESIK	76	MOJOKERTO
26	BANGKALAN	77	MADIUN
27	SAMPANG	78	SURABAYA
28	PAMEKASAN	79	BATU
29	SUMENEP		
71	KEDIRI		

Lampiran 18. Lanjutan



Kode	Kab/Kota	Kode	Kab/Kota
1	PACITAN	11	BONDOWOSO
2	PONOROGO	12	SITUBONDO
3	TRENGGALEK	13	PROBOLINGGO
4	TULUNGAGUNG	14	PASURUAN
5	BLITAR	15	SIDOARJO
6	KEDIRI	16	MOJEKERTO
7	MALANG	17	JOMBANG
8	LUMAJANG	18	NGANJUK
9	JEMBER	19	MADIUN
10	BANYUWANGI	20	MAGETAN

Kode	Kab/Kota	Kode	Kab/Kota
21	NGAWI	72	BLITAR
22	BOJONEGORO	73	MALANG
23	TUBAN	74	PROBOLINGGO
24	LAMONGAN	75	PASURUAN
25	GRESIK	76	MOJOKERTO
26	BANGKALAN	77	MADIUN
27	SAMPANG	78	SURABAYA
28	PAMEKASAN	79	BATU
29	SUMENEP		
71	KEDIRI		

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR PUSTAKA

Agresti, A. (1990). Categorical Data Analysis. New York : John Wiley & Sons, Inc.

Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics : Method and Models*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Aulele, S.N (2011), "Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan", *Model Geograhycally Weighted Poisson dengan Pembobot Fungsi Kernel*, Vol. 5, No. 2, hal. 25-30.

BPS.(2009), *Angka Kematian Bayi, Data Statistik Indonesia*. Badan Pusat Statistk Jakarta, Indonesia.

Cheon, S. , Song, S.H. dan Jung, B.C. (2009), "Tests for independence in a bivariate negative binomial model", *Journal of the Korean StatisticalSociety*, vol. 38, hal, 185-190.

Dinas Kesehatan Propinsi Jawa Timur, (2012), *Profil Kesehatan Propinsi JawaTimur*, Surabaya, Dinkes Jatim.

Draper, N. dan Smith, H. (1992). *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta : Gramedia.

Evadianti, Eriska dan Purhadi (2014), "Jurnal Sains dan Seni POMITS", *Pemodelan Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur dengan GWNBR*, Vol. 3, No. 2, 2337-3539.

Famoye, F. (2010), "On the bivariate negative binomial regression model". *Journal of Applied Statistics* ,Vol 37, No. 6, hal 969-981.

Greene, W (2008), *Functional Forms For The Negative Binomial Model For Count Data*.Foundation and Trends in Economics.Working Paper.Departement Economics. Stren School of Business: New York University, 585-590.

Gurmu, S. (1991), "Test for Detecting Overdispersion in the Positive Poisson Regression model", *Journal of Business and Economics Statistics*. Vol. 9, No. 2, pp. 215–222.

Hocking, R. (1996), *Methods and Application of Linier Models*, John Wiley and Sons, Inc., New York.

Karlis, D, & Ntzoufras, I. (2005). *Bivariate Poisson dan Diagonal Inflated Bivariat Poisson Regresi Model in R. Journal of Statistical Sofware*, 1-36.

Kocherlakota, S. dan Kocherlakota, K. (1992), *Bivariate Discrete Distributions*, Marcel Dekker, New York.

Lee, J dan Wong, D. W. S. (2001). Statistical Analysis with Arcview GIS. John Willey and Sons, New York.

McCarthy, J. dan Maine, D. (1992), "A Framework for Analyzing the Determinants of Maternal Mortality", *Studies in Family Planning,* Vol. 23, No. 1, Hal. 23-33.

McCullagh, P. dan Nelder, J. (1989), *Generalized Linear Models*, second edition Chapman and Hall, London.

McClave, J.T., Benson, P.G., & Sincih, T. (2010), *Statistics for Business and Economics, 11th Edition. Pearson Education* Inc. Florida

Mosley, W. H. dan Chen, L. C. (1984), " An Analytical Framework for the Study of Child Survival in Developing Countries", *Population and DevelopmentReview,* Volume 10, Issue Suplement: Child Survival: Strategies forResearch, Hal. 25-45.

Qomariah, N dan Purnami S.W (2013), "Jurnal Sains dan Seni POMITS", *Pemodelan Faktor-faktor yang mempengaruhi Jumlah Kematian Ibu di Jatim dengan Pendekatan GWPR ditinjau dari segi fasilitas kesehatan*, Vol. 2, No. 2, 2337-3520.

Park, B.J dan Lord, D. (2008), *Adjusment for The Maximum Likelihood Estimateof The Negative Binomial Dispersion Parameter,* Texas University, USA.

Ricardo, A., dan Carvalho,T.V.R (2013), "Journal Statistics Computation", *Geographically Weighted Negative Binomial Regression-Incorporating Overdispersion*, 24:769–783

Walpole, R.E, (1982), Pengantar Statistika, edisi ketiga, Gramedia Pustaka Tama, Jakarta.

BIOGRAFI PENULIS

M. Ichsan Nawawi, Lahir di Makassar pada tanggal 24 Januari 1992. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan Ir. H. Muh. Nawawi dan Hj. Andi Nurlaila. Penulis mulai memasuki jenjang pendidikan formal pada Sekolah Dasar Negeri Inpres Rappokalling II Makassar pada tahun 1998-2000, dan pindah ke sekolah Sekolah Dasar Negeri Pongtiku II pada tahun 2000-2004. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan di Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama Negeri 10 Makassar pada tahun 2004-2007. Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan ke Sekolah Menengah Atas Negeri 1 Makassar pada tahun 2007-2010. Penulis kemudian melanjutkan pendidikan Sarjana (S1) di Universitas Negeri Makassar (UNM) pada Program Studi Pendidikan Matematika dan selesai pada tahun 2014. Kemudian pada tahun yang sama Penulis melanjutkan studi Pasca Sarjana (S2) di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Program studi Statistika. Segala kritik dan Saran yang dapat dikirim melalui email : m.ichsannawawi@gmail.com